

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

29



El número, fecha de caducidad y nombre del titular de una tarjeta de crédito están codificados en un patrón magnetizado en la banda del reverso de la tarjeta. Cuando se hace pasar la tarjeta a través del lector de tarjetas, la banda en movimiento baña los circuitos del lector con un campo magnético variable que induce corrientes en los circuitos. Estas corrientes transmiten la información de la banda al banco del titular de la tarjeta.

? ¿Qué ocurriría si no se hiciese pasar la tarjeta por la ranura del lector, sino sólo se dejase inmóvil en ella?

Casi todos los dispositivos o máquinas modernas, desde una computadora hasta una lavadora automática o un taladro eléctrico, tienen circuitos eléctricos en su parte central. En el capítulo 25 aprendimos que se requiere una fuerza electromotriz (fem) para que fluya una corriente en un circuito; en los capítulos 26 y 27 casi siempre tomamos como fuente de fem una batería. Pero en la inmensa mayoría de los dispositivos eléctricos que se utilizan en la industria y en el hogar (incluso cualquier aparato que se enchufe en un contacto de pared), la fuente de fem *no* es una batería, sino una estación generadora de electricidad. Las estaciones de este tipo producen energía eléctrica convirtiendo otras formas de energía: energía potencial gravitatoria en una central hidroeléctrica, energía química en una central termoeléctrica que consume carbón o petróleo, energía nuclear en una central nucleoelectrónica. Pero, ¿cómo se lleva a cabo esta conversión? En otras palabras, ¿cuál es la física en la que se apoya la producción de casi toda la energía eléctrica que necesitamos?

La respuesta es un fenómeno conocido como *inducción electromagnética*: si el flujo magnético a través de un circuito cambia, se induce una fem y una corriente en el circuito. En una estación generadora de electricidad, se mueven imanes con respecto a las bobinas de alambre para crear un flujo magnético variable en las bobinas y, por tanto, una fem. Otros componentes clave de los sistemas de energía eléctrica, como los transformadores, también dependen de fem inducidas por medios magnéticos. De hecho, en virtud del papel que desempeña en la generación de energía eléctrica, la inducción electromagnética es uno de los cimientos de nuestra sociedad tecnológica.

El principio central de la inducción electromagnética, y la piedra angular de este capítulo, es la *ley de Faraday*. Esta ley relaciona la fem inducida con el flujo magnético variable en cualquier espira, incluso en un circuito cerrado. Examinaremos además la ley de Lenz, que permite predecir el sentido de las fem y las corrientes inducidas. Este capítulo aporta los principios que necesitamos para comprender los dispositivos de conversión de energía eléctrica, como los motores, generadores y transformadores.

La inducción electromagnética nos dice que un campo magnético que varía con el tiempo actúa como una fuente de campo eléctrico. Veremos también cómo un campo eléctrico que varía con el tiempo actúa como fuente de campo magnético. Estos sorprendentes resultados forman parte de un pulcro paquete de fórmulas, llamadas *ecuaciones de Maxwell*, que describen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos en *cualquier* situación. Las ecuaciones de Maxwell preparan el terreno para comprender las ondas electromagnéticas, que son el tema del capítulo 32.

29.1 | Experimentos de inducción

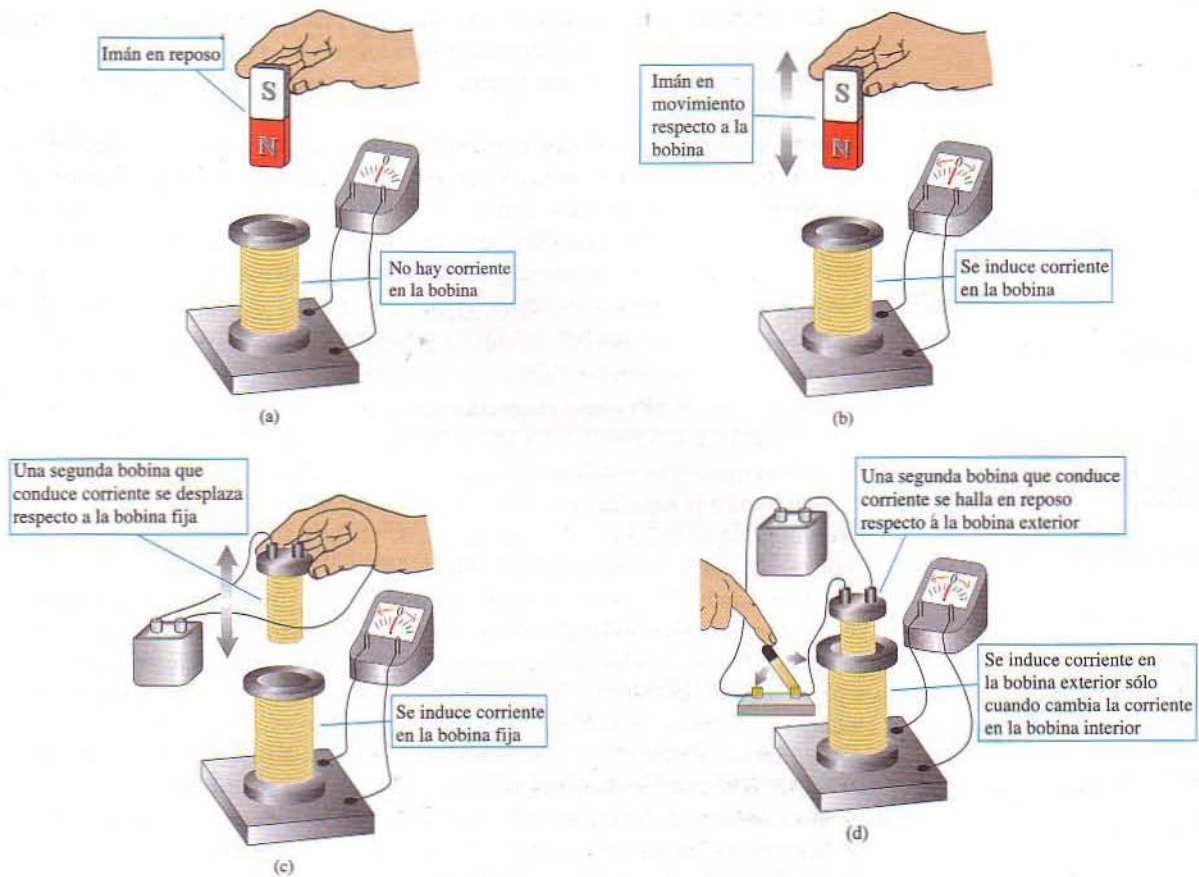
Durante la década de 1830, varios experimentos pioneros con fem inducidas por medios magnéticos fueron realizados en Inglaterra por Michael Faraday y en Estados Unidos por Joseph Henry (1797–1878), quien más tarde fuera el primer director de la Smithsonian Institution. La figura 29.1 muestra varios ejemplos. En la figura 29.1a una bobina de alambre está conectada a un galvanómetro. Cuando el imán cercano está inmóvil, el medidor no muestra corriente alguna. Esto no es sorprendente, pues no hay fuentes de fem en el circuito. Pero cuando *se desplaza* el imán hacia la bobina o se aleja, el medidor muestra una corriente en el circuito, aunque *sólo* mientras el imán está en movimiento (Fig. 29.1b). Si se mantiene el imán inmóvil y se desplaza la bobina, nuevamente se detecta una corriente durante el movimiento. A esto se le llama **corriente inducida**, y la fem correspondiente que se requiere para crear esta corriente se conoce como **fem inducida**.

En la figura 29.1c se ha sustituido el imán por una segunda bobina conectada a una batería. Cuando la segunda bobina está inmóvil, no hay corriente en la primera. Sin embargo, cuando se acerca o se aleja la segunda bobina de la primera, o se acerca o se aleja la primera de la segunda, hay corriente en la primera bobina, pero nuevamente *sólo* mientras una bobina se mueve respecto a la otra.

Por último, en el sistema de dos bobinas de la figura 28.1d se mantienen ambas bobinas inmóviles y se modifica la corriente en la segunda bobina, ya sea abriendo y cerrando el interruptor o alterando la resistencia de la segunda bobina con el interruptor cerrado (por ejemplo, modificando la temperatura de la segunda bobina). Se observa que al abrir o cerrar el interruptor hay un pulso transitorio en el primer circuito. Cuando se modifica la resistencia (y, por tanto, la corriente) de la segunda bobina, hay una corriente inducida en el primer circuito, pero sólo mientras la corriente del segundo circuito está cambiando.

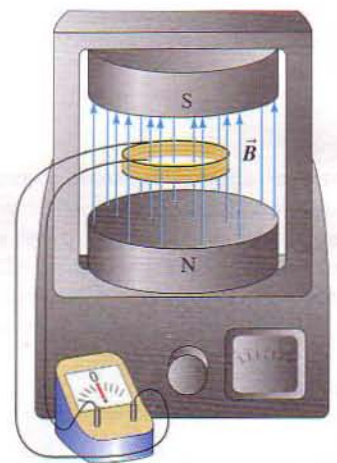
A fin de examinar más a fondo los elementos comunes a estas observaciones, considérese una serie más detallada de experimentos con la situación que se muestra en la figura 29.2. Se conecta una bobina de alambre a un galvanómetro, a continuación se coloca la bobina entre los polos de un electroimán cuyo campo magnético se puede modificar. Lo que se observa es lo siguiente:

1. Cuando no hay corriente en el electroimán, de modo que $\vec{B} = \mathbf{0}$, el galvanómetro no muestra corriente.
2. Cuando se conecta el electroimán, hay una corriente transitoria a través del medidor conforme \vec{B} aumenta.



29.1 (a) Un imán fijo no tiene efecto alguno en una bobina de alambre fija. Un galvanómetro conectado a la bobina muestra una corriente nula. b) Cuando el imán y la bobina se trasladan uno en relación con la otra, se induce una corriente en la bobina. La corriente es en un sentido si el imán baja y en el sentido opuesto si el imán sube. c) Se consigue el mismo efecto que en (b) si se sustituye el imán por una segunda bobina que conduce una corriente constante. d) Cuando se abre o se cierra el interruptor, el cambio en la corriente de la bobina interior induce una corriente en la bobina exterior.

3. Cuando \vec{B} se estabiliza en un valor constante, la corriente decae a cero, no importa cuán grande sea \vec{B} .
4. Con la bobina en un plano horizontal, se oprime de modo que se reduzca su área de sección transversal. El medidor detecta corriente sólo *durante* la deformación, no antes ni después. Cuando se aumenta el área para devolver a la bobina su forma original, hay corriente en sentido opuesto, pero sólo mientras el área de la bobina está cambiando.
5. Si se hace girar la bobina unos pocos grados en torno a un eje horizontal, el medidor detecta corriente durante la rotación, en el mismo sentido que cuando se redujo el área. Cuando se hace girar la bobina hacia su posición original, hay corriente en sentido opuesto durante esta rotación.
6. Si se saca bruscamente la bobina del campo magnético, hay corriente durante el movimiento, en el mismo sentido que cuando se redujo el área.
7. Si se reduce el número de espiras de la bobina desenrollando una o más de ellas, hay corriente durante el proceso, en el mismo sentido que cuando se redujo el área. Si se enrollan más espiras en la bobina, hay una corriente en sentido opuesto al enrollar.



29.2 Bobina en un campo magnético. Cuando el campo \vec{B} es constante y la forma, ubicación y orientación de la bobina no cambian, no se induce corriente en la bobina. Se induce una corriente cuando cambia cualquiera de estos factores.



13.9 Inducción electromagnética

8. Cuando se desconecta el electroimán, hay una corriente momentánea en el sentido opuesto al de la corriente al momento de conectarlo.
9. Cuanto más rápidamente se efectúan estos cambios, tanto más grande es la corriente.
10. Si se repiten todos estos experimentos con una bobina de la misma forma pero de diferente material y con otra resistencia, en todos los casos la corriente es proporcional a la resistencia total del circuito. Esto demuestra que las fem inducidas que crean la corriente no dependen del material de la bobina, sino sólo de su forma y del campo magnético.

El elemento común a todos estos experimentos es un *flujo magnético* cambiante Φ_B a través de la bobina conectada al galvanómetro. En cada caso el flujo cambia ya sea porque el campo magnético cambia con el tiempo o porque la bobina se mueve a través de un campo magnético no uniforme. Repase de nuevo la lista para verificar esta aseveración. La ley de Faraday de la inducción, que es el tema de la sección que sigue, establece que en todas estas situaciones la fem inducida es proporcional a la *rapidez de cambio* del flujo magnético Φ_B a través de la bobina. El *sentido* de la fem inducida depende de si el flujo aumenta o disminuye. Si el flujo es constante, no hay fem inducida.

Las fem inducidas no son simples curiosidades de laboratorio; tienen un número enorme de aplicaciones prácticas. Si usted lee estas palabras bajo techo, ¡está utilizando fem inducidas en este preciso instante! En la central eléctrica que abastece su distrito, un generador eléctrico produce una fem haciendo variar el flujo magnético a través de bobinas de alambre. (En la sección que sigue veremos en detalle cómo se hace esto). Esta fem suministra el voltaje entre los bornes de las tomas de corriente de pared de su casa, y este voltaje suministra la energía a su lámpara de lectura. De hecho, todo aparato que se conecta en una toma de corriente de pared utiliza fem inducidas.

Las fem inducidas por medios magnéticos, al igual que las fem analizadas en la sección 25.4, son siempre resultado de la acción de fuerzas *no electrostáticas*. Cuando estas fuerzas son resultado de campos eléctricos adicionales inducidos por campos magnéticos cambiantes, es preciso distinguir cuidadosamente entre los campos eléctricos creados por cargas (de acuerdo con la ley de Coulomb) y los creados por campos magnéticos cambiantes. Denotaremos éstos con \vec{E}_c (donde la c significa Coulomb o conservativo) y \vec{E}_n (donde la n significa no Coulomb o no conservativo), respectivamente. Regresaremos a esta distinción más adelante en este capítulo y en el siguiente.

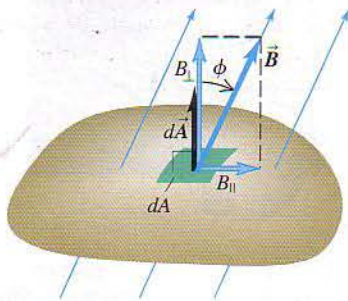
29.2 | Ley de Faraday

El elemento común en todos los efectos de inducción es el flujo magnético cambiante a través de un circuito. Antes de enunciar la sencilla ley física que sintetiza todas las clases de experimentos descritos en la sección 29.1, repasemos primero el concepto de flujo magnético Φ_B (que presentamos en la sección 27.3). Con respecto a un elemento infinitesimal de área $d\vec{A}$ en un campo magnético \vec{B} (Fig. 29.3), el flujo magnético $d\Phi_B$ a través del área es

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A} = B_{\perp} dA = B dA \cos \phi.$$

donde B_{\perp} es la componente de \vec{B} perpendicular a la superficie del elemento de área y ϕ es el ángulo entre \vec{B} y $d\vec{A}$. (Al igual que en el capítulo 28, tenga cuidado de distinguir entre dos magnitudes llamadas “phi”: ϕ y Φ_B .) El flujo magnético total Φ_B a través de un área finita es la integral de esta expresión sobre el área:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \cos \phi \quad (29.1)$$



29.3 El flujo magnético a través de un elemento de área dA se define como $d\Phi_B = B_{\perp} dA$.

Si \vec{B} es uniforme en toda un área plana \vec{A} , en estos términos

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \phi \quad (29.2)$$

CUIDADO En las ecuaciones (29.1) y (29.2) se debe tener cuidado de definir la dirección del área vectorial $d\vec{A}$ o \vec{A} de manera clara. Hay siempre dos direcciones perpendiculares a toda área determinada, y el signo del flujo magnético a través del área depende de cuál de ellas se elija como positiva. Por ejemplo, en la figura 29.3 elegimos que $d\vec{A}$ apuntase hacia arriba, por lo que ϕ es menor que 90° y $\vec{B} \cdot d\vec{A}$ es positivo. También podríamos haber optado porque $d\vec{A}$ apuntase hacia abajo, en cuyo caso ϕ habría sido mayor que 90° y $\vec{B} \cdot d\vec{A}$ habría sido negativo. Ambas opciones son igualmente buenas, pero una vez que se elige una es preciso apegarse a ella.

La ley de Faraday de la inducción establece lo siguiente:

La fem inducida en una espira cerrada es igual al negativo de la relación de cambio con respecto al tiempo del flujo magnético a través de la espira.

En símbolos, la ley de Faraday es

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{ley de Faraday de la inducción}) \quad (29.3)$$

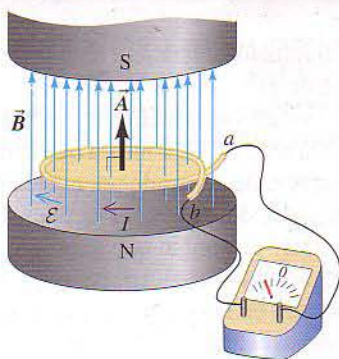
Para entender el signo negativo, es necesario introducir una convención de signos respecto a la fem inducida \mathcal{E} . Pero antes examinemos un ejemplo sencillo de esta ley en acción.

Ejemplo 29.1

Fem y corriente inducidas en una espira

El campo magnético entre los polos del electroimán de la figura 29.4 es uniforme en todo momento, pero su magnitud aumenta en proporción de 0.020 T/s . El área de la espira conductora que está en el campo es de 120 cm^2 , y la resistencia total del circuito, medidor y resistor incluidos, es de 5.0Ω . a) Halle la fem inducida y la corriente inducida en el circuito. b) Si se sustituye la espira por una

fabricada de un aislador, ¿qué efecto tiene esto en la fem inducida y la corriente inducida?



29.4 Espira conductora fija en un campo magnético creciente.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El flujo magnético a través de la espira cambia conforme el campo magnético varía. Por tanto, habrá una fem inducida en la espira, y su valor (una de las variables que se buscan) se encuentra mediante la ley de Faraday. La corriente originada en la espira por esta fem (la otra variable que se busca) se determina aplicando las técnicas utilizadas en el capítulo 25.

PLANTEAR: Se calcula el flujo magnético mediante la ecuación (29.2), en seguida se aplica la ley de Faraday que proporciona la ecuación (29.3) para hallar la fem inducida resultante \mathcal{E} . A continuación se calcula la corriente inducida originada por esta fem con base en la relación $\mathcal{E} = IR$, donde R es la resistencia total del circuito que incluye la espira.

EJECUTAR: a) El área vectorial de la espira es perpendicular al plano de la espira; optaremos porque sea verticalmente hacia arriba. De tal manera que los vectores \vec{A} y \vec{B} son paralelos. Puesto que \vec{B} es

uniforme, el flujo magnético a través de la espira es $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos 0 = BA$. El área $A = 0.012 \text{ m}^2$ es constante; así que la rapidez de cambio del flujo magnético es

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_B}{dt} &= \frac{d(BA)}{dt} = \frac{dB}{dt} A = (0.020 \text{ T/s})(0.012 \text{ m}^2) \\ &= 2.4 \times 10^{-4} \text{ V} = 0.24 \text{ mV} \end{aligned}$$

Esto, aparte de un signo que aún no hemos analizado, es la fem inducida \mathcal{E} . La corriente inducida correspondiente es

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2.4 \times 10^{-4} \text{ V}}{5.0 \Omega} = 4.8 \times 10^{-5} \text{ A} = 0.048 \text{ mA}$$

b) Al cambiar a una espira fabricada de aislador, hemos aumentado muchísimo la resistencia de la espira. En la ley de Faraday [ecuación (29.3)] no interviene en absoluto la resistencia del circuito, por lo que la fem inducida no cambia. Pero la corriente será más pequeña, de acuerdo con la ecuación $I = \mathcal{E}/R$. Si la espira está fabricada

de un aislador perfecto con resistencia infinita, la corriente inducida es cero aunque esté presente una fem. Esta situación es análoga a la de una batería aislada, cuyos bornes no están conectados a nada: hay una fem presente, pero no fluye corriente.

EVALUAR: Vale la pena verificar la consistencia de las unidades en este cálculo. Hay muchas maneras de hacerlo; una de ellas es advertir que, en virtud de la relación de la fuerza magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, las unidades de campo magnético son unidades de fuerza divididas entre unidades de (carga por velocidad): $1 \text{ T} = (1 \text{ N})/(1 \text{ C} \cdot \text{m/s})$. En consecuencia, las unidades de flujo magnético se expresan como $(1 \text{ T})(1 \text{ m}^2) = 1 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m/C}$, y las de rapidez de cambio de flujo magnético como $1 \text{ N} \cdot \text{m/C} = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ V}$. Así, la unidad de $d\Phi_B/dt$ es el volt, como lo exige la ecuación (29.3). Recuerde, además, que la unidad de flujo magnético es el weber (Wb): $1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ Wb}$; por tanto, $1 \text{ V} = 1 \text{ Wb/s}$.

Dirección de la fem inducida

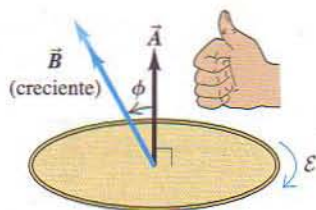
La dirección de una fem o corriente inducida se halla con base en la ecuación (29.3) más algunas reglas sencillas sobre signos. El procedimiento es el siguiente:

1. Defina una dirección positiva para el vector de área \vec{A} .
2. Con base en las direcciones de \vec{A} y del campo magnético \vec{B} , determine el signo del flujo magnético Φ_B y de su rapidez de cambio $d\Phi_B/dt$. La figura 29.5 muestra varios ejemplos.
3. Encuentre el signo de la fem o corriente inducida. Si el flujo aumenta, de modo que $d\Phi_B/dt$ es positiva, por esto la fem o corriente inducida es negativa; si el flujo disminuye, $d\Phi_B/dt$ es negativa y la fem o corriente inducida es positiva.
4. Por último, determine la dirección de la fem o corriente inducida con ayuda de su mano derecha. Doble los dedos de esa mano en torno al vector \vec{A} , con el pulgar en la dirección de \vec{A} . Si la fem o corriente inducida en el circuito es *positiva*, tiene la dirección de sus dedos doblados; si la fem o corriente inducida es *negativa*, su dirección es la opuesta.

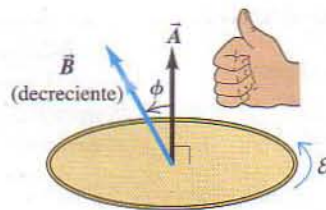
En el ejemplo 29.1, donde \vec{A} es hacia arriba, una \mathcal{E} positiva se dirigiría en sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor de la espira, vista desde arriba. Tanto \vec{A} como \vec{B} están hacia arriba en este ejemplo, por lo que Φ_B es positivo; la magnitud de B aumenta, de modo que $d\Phi_B/dt$ es positiva. Por consiguiente, de acuerdo con la ecuación (29.3), \mathcal{E} en el ejemplo 29.1 es *negativa*. Su dirección real es en el sentido de las manecillas del reloj alrededor de la espira, como se muestra en la figura 29.4.

Si la espira de la figura 29.4 es conductora, esta fem da por resultado una corriente inducida; esta corriente también es en el sentido de las manecillas del reloj; esta corriente inducida produce un campo magnético a través de la espira, y la regla de la mano derecha descrita en la sección 28.6 indica que la dirección de este campo es *opuesta* a la del campo creciente generado por el electroimán. Éste es un ejemplo de una regla general conocida como *ley de Lenz*, la cual afirma que todo efecto de inducción tiende a oponerse al cambio que lo produjo; en este caso, el cambio es un aumento del flujo del campo del electroimán a través de la espira. (Estudiaremos detenidamente esta ley en la sección que sigue).

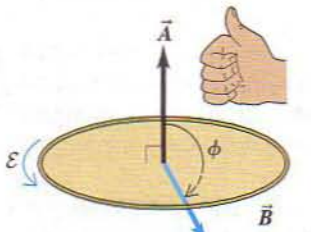
Conviene comprobar los signos de las fem y corrientes inducidas de la lista de experimentos citada al final de la sección 29.1. Por ejemplo, cuando la espira de la figura 29.2 está en un campo constante y lo inclinamos o comprimimos pa-



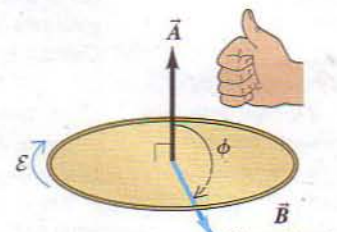
Flujo positivo ($\Phi_B > 0$)
El flujo se torna más positivo ($\frac{d\Phi_B}{dt} > 0$)
La fem inducida es negativa ($\mathcal{E} < 0$)
(a)



Flujo positivo ($\Phi_B > 0$)
El flujo se torna menos positivo ($\frac{d\Phi_B}{dt} < 0$)
La fem inducida es positiva ($\mathcal{E} > 0$)
(b)



Flujo negativo ($\Phi_B < 0$)
El flujo se torna más negativo ($\frac{d\Phi_B}{dt} < 0$)
La fem inducida es positiva ($\mathcal{E} > 0$)
(c)



Flujo negativo ($\Phi_B < 0$)
El flujo se torna menos negativo ($\frac{d\Phi_B}{dt} > 0$)
La fem inducida es negativa ($\mathcal{E} < 0$)
(d)

29.5 El flujo magnético se torna (a) más positivo, (b) menos positivo, (c) más negativo y (d) menos negativo. Por consiguiente, Φ_B aumenta en (a) y (d) y disminuye en (b) y (c). En (a) y (d) las fem son negativas (opuestas a la dirección de los dedos doblados de la mano derecha cuando el pulgar derecho apunta a lo largo de \vec{A}). En (b) y (c) las fem son positivas (en la dirección de los dedos doblados).

ra *reducir* el flujo a través de él, la fem y la corriente inducidas son en sentido contrario a las manecillas del reloj, vistas desde arriba.

CUIDADO Dado que el flujo magnético desempeña un papel central en la ley de Faraday, es tentador pensar que el *flujo* es la causa de la fem inducida, y que aparece una fem inducida en el circuito siempre que hay un campo magnético en la región rodeada por el circuito. Pero la ecuación (29.3) muestra que sólo un *cambio* de flujo a través de un circuito, y no el flujo en sí, induce una fem en un circuito. Si el flujo a través de un circuito tiene un valor constante, ya sea positivo, negativo o cero, no hay fem inducida.

Si se tiene una bobina con N espiras idénticas, y si el flujo varía al mismo ritmo a través de cada espira, la rapidez *total* de cambio a través de todas las espiras es N veces más grande que la correspondiente a una sola espira. Si Φ_B es el flujo a través de cada espira, la fem total en una bobina con N espiras es

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (29.4)$$

Como comentamos en la introducción de este capítulo, las fem inducidas desempeñan un papel fundamental en la generación de energía eléctrica para uso comercial. Varios de los ejemplos que siguen exploran diversos métodos para generar fem por medio del movimiento de un conductor respecto a un campo magnético, el cual da origen a un flujo cambiante a través de un circuito.

Estrategia para resolver problemas

Ley de Faraday

IDENTIFICAR *los conceptos pertinentes:* La ley de Faraday es aplicable cuando existe un flujo magnético cambiante. Para utilizar la ley, asegúrese de poder identificar un área a través de la cual hay un flujo de campo magnético. Por lo regular será el área encerrada por una espira, que habitualmente es de un material conductor (aunque no siempre; véase el inciso (b) del ejemplo 29.1). Como siempre, identifique la variable o variables que se buscan.

PLANTEAR *el problema utilizando las etapas siguientes:*

1. La ley de Faraday relaciona la fem inducida con la rapidez de cambio del flujo magnético. Para calcular esta rapidez de cambio, antes es necesario entender qué es lo que hace cambiar el flujo. ¿Se mueve el conductor? ¿Cambia su orientación? ¿Cambia el campo magnético? Recuerde que no es el flujo en sí lo que cuenta, sino su *rapidez de cambio*.
2. Elija una dirección del vector de área \vec{A} o $d\vec{A}$. Esta dirección siempre debe ser perpendicular al plano del área. Advertiéndose que siempre se tienen dos opciones de dirección. Por ejemplo, si el plano del área es horizontal, \vec{A} podría apuntar directamente hacia arriba o hacia abajo. Es como elegir cuál sentido es el positivo en un problema de movi-

miento rectilíneo; no importa la dirección que se elija, siempre y cuando se utilice de modo congruente a lo largo de todo el problema.

EJECUTAR *la solución como sigue:*

1. Calcule el flujo magnético con base en la ecuación (29.2) si \vec{B} es uniforme en toda el área de la espira o la ecuación (29.1) si no es uniforme, teniendo en cuenta la dirección elegida del vector de área.
2. Calcule la fem inducida mediante la ecuación (29.3) o (29.4). Si su conductor tiene N espiras en una bobina, no olvide multiplicar por N . Recuerde la regla de los signos referente a la dirección positiva de la fem y aplíquela de modo congruente.
3. Si conoce la resistencia del circuito, puede calcular la magnitud de la corriente inducida I mediante la fórmula $\mathcal{E} = IR$.

EVALUAR *la respuesta:* Compruebe que sus resultados tengan las unidades correctas, y verifique nuevamente que haya aplicado de forma correcta las reglas de signos al calcular el flujo magnético y la fem inducida.

Ejemplo 29.2

Magnitud y dirección de una fem inducida

Se coloca una bobina de alambre con 500 espiras circulares de 4.00 cm de radio entre los polos de un gran electroimán, donde el campo magnético es uniforme y forma un ángulo de 60° con el plano de la bobina (Fig. 29.6a). El campo disminuye a razón de 0.200 T/s . ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la fem inducida?

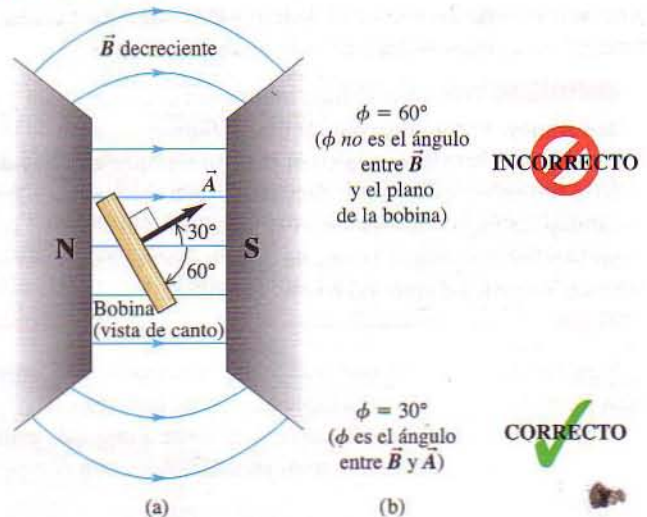
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La variable que se busca es la fem inducida por un flujo magnético variable a través de la bobina. El flujo varía porque la magnitud del campo magnético disminuye.

PLANTEAR: Se asigna al vector de área \vec{A} la dirección que se muestra en la figura 29.6a. Con esta opción, la geometría se asemeja mucho a la de la figura 29.5b. Esa figura nos ayudará a establecer la dirección de la fem inducida.

EJECUTAR: El campo magnético es uniforme en toda la espira; por tanto, se puede calcular el flujo mediante la ecuación (29.2): $\Phi_B = BA \cos \phi$, donde $\phi = 30^\circ$. En esta expresión, la única cantidad que cambia con el tiempo es la magnitud B del campo.

CUIDADO Quizá se haya sentido tentado a afirmar que $\phi = 60^\circ$ en este problema. En tal caso, recuerde que ϕ es el ángulo entre \vec{A} y \vec{B} , no el ángulo entre \vec{B} y el plano de la espira (Fig. 29.6b).



29.6 La magnitud de \vec{B} disminuye. Con la dirección de \vec{A} que se muestra, el flujo a través de la bobina disminuye y \mathcal{E} es positiva. Esto corresponde a una fem y corriente en el sentido de las manecillas del reloj cuando se mira desde la izquierda a lo largo de la dirección de \vec{A} . El \vec{B} adicional creado por la corriente tiende a compensar la reducción del flujo. (b) Elecciones incorrecta y correcta del ángulo ϕ .

La rapidez de cambio del flujo es $d\Phi_B/dt = (dB/dt)A \cos \phi$. En este problema, $dB/dt = -0.200 \text{ T/s}$ y $A = \pi(0.0400 \text{ m})^2 = 0.00503 \text{ m}^2$; por tanto,

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi_B}{dt} &= \frac{dB}{dt} A \cos 30^\circ \\ &= (-0.200 \text{ T/s})(0.00503 \text{ m}^2)(0.866) \\ &= -8.71 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{s} = -8.71 \times 10^{-4} \text{ Wb/s}\end{aligned}$$

De acuerdo con la ecuación (29.4), la fem inducida en la bobina de $N = 500$ espiras es

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -N \frac{d\Phi_B}{dt} \\ &= -(500)(-8.71 \times 10^{-4} \text{ Wb/s}) = 0.435 \text{ V}\end{aligned}$$

Dése cuenta que la respuesta es positiva. Esto significa que cuando uno apunta el pulgar derecho en la dirección del vector de área \vec{A} (30° arriba del campo magnético \vec{B}), la dirección positiva de \mathcal{E} corresponde a la dirección de los dedos doblados de la mano derecha. Así que, en este ejemplo la fem tiene esa misma dirección (compare con la figura 29.5b). Si uno viese la bobina desde el lado izquierdo de la figura 29.6a y mirando en la dirección de A , la fem sería en el sentido de las manecillas del reloj.

EVALUAR: Si los extremos del alambre están conectados uno con otro, el sentido de la corriente en la bobina es el mismo que el de la fem; es decir, el de las manecillas del reloj visto desde el lado izquierdo de la bobina. Una corriente en el sentido de las manecillas del reloj aporta un flujo magnético adicional a través de la bobina en la misma dirección que el flujo del electroimán y, por tanto, tiende a oponerse a una disminución del flujo total. Veremos más ejemplos de esto en la sección 29.3.

Ejemplo conceptual 29.3

Bobina exploradora

Una manera práctica de medir la intensidad de un campo magnético se basa en el uso de una pequeña bobina de N espiras, con devanado compacto, llamada *bobina exploradora*. La bobina, de área A , se sostiene inicialmente de modo que su vector de área \vec{A} esté alineado con un campo magnético de magnitud B . En seguida se hace girar rápidamente la bobina un cuarto de vuelta en torno a un diámetro, o bien se saca la bobina del campo con rapidez. Explique cómo se puede medir el valor de B con este dispositivo.

SOLUCIÓN

Al principio, el flujo a través de la bobina es $\Phi_B = NBA$; cuando se hace girar la bobina o se saca del campo, el flujo disminuye rápida-

mente de NBA a cero. En tanto el flujo disminuye, hay una fem inducida transitoria, y entonces fluye una corriente inducida transitoria en un circuito externo conectado a la bobina. La rapidez de cambio del flujo a través de la bobina es proporcional a la corriente, que es la rapidez de flujo de carga, por lo que es fácil demostrar que el cambio de flujo *total* es proporcional a la carga total que circula alrededor del circuito. Se puede construir un instrumento para medir esta carga total y, a partir de este dato, calcular B . Dejaremos los detalles de esto como problema (véase el ejercicio 29.3). En términos estrictos, este método proporciona sólo el campo *promedio* de toda el área de la bobina. Sin embargo, si el área es pequeña, este campo promedio es casi equivalente al campo en el centro de la bobina.

Ejemplo 29.4

Generador I: alternador simple

La figura 29.7 muestra una versión simple de un *alternador*, un dispositivo que genera una fem. Se hace girar una espira rectangular con rapidez angular ω constante en torno al eje que se muestra. El campo magnético \vec{B} es uniforme y constante. En el tiempo $t = 0$, $\phi = 0$. Encuentre la fem inducida.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: También en este caso la fem (la variable objetivo) es producto de un flujo magnético variable. No obstante, en esta situación el campo magnético \vec{B} es constante; el flujo cambia porque la dirección de \vec{A} cambia al girar la espira.

PLANTEAR: La figura 29.7a muestra la dirección del vector de área \vec{A} . Advierta que, conforme la espira gira, el ángulo ϕ entre \vec{A} y \vec{B} aumenta a un ritmo constante.

EJECUTAR: Una vez más el campo magnético es uniforme en toda la espira, por lo que es fácil calcular el flujo magnético. La rapidez

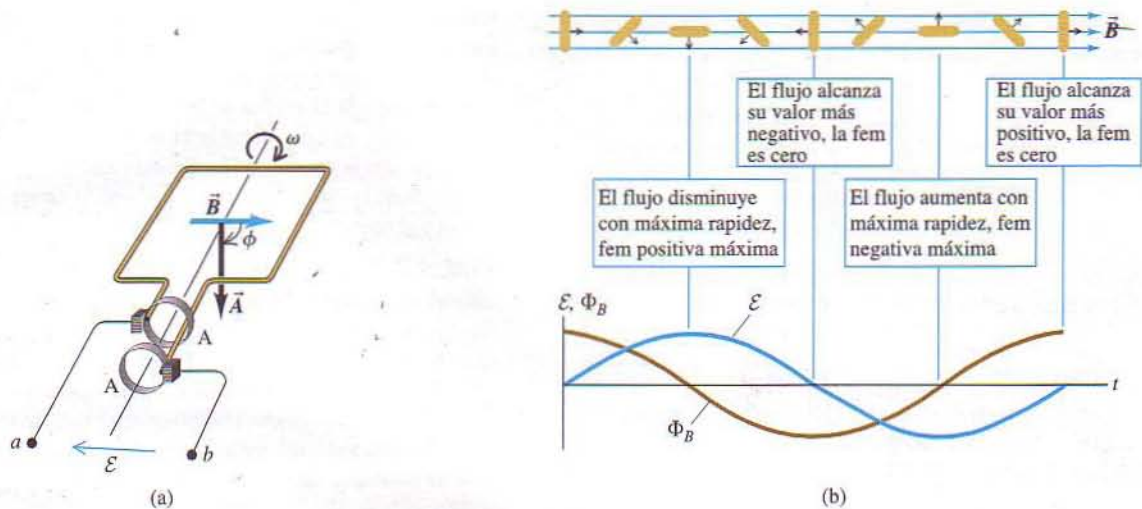
de cambio del ángulo ϕ es igual a ω , la rapidez angular de la espira, de modo que podemos escribir $\phi = \omega t$. Por tanto,

$$\Phi_B = BA \cos \phi = BA \cos \omega t$$

La derivada de $\cos \omega t$ es $(d/dt) \cos \omega t = -\omega \sin \omega t$. Así que, por la ley de Faraday [ecuación (29.3)] la fem inducida es

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \omega BA \sin \omega t$$

EVALUAR: La fem inducida \mathcal{E} varía de modo sinusoidal con el tiempo (Fig. 29.7b). Cuando el plano de la espira es perpendicular a \vec{B} ($\phi = 0$ o 180°), Φ_B alcanza sus valores máximo y mínimo. En estos momentos, su rapidez de cambio instantánea es cero y \mathcal{E} es cero. Además, el valor absoluto de \mathcal{E} es máximo cuando el plano de la espira es paralelo a \vec{B} ($\phi = 90^\circ$ o 270°) y Φ_B cambia con la mayor rapidez. Por último, advertimos que la fem inducida no depende de la *forma* de la espira, sino sólo de su área. Ya que \mathcal{E} es directamente proporcional a ω y a B , ciertos tacómetros utilizan la fem de una bobina que gira pa-



29.7 (a) Diagrama esquemático de un alternador. Una espira conductora gira en un campo magnético y genera una fem. Las conexiones entre cada extremo de la espira y el circuito externo se efectúan por medio del anillo colector A de ese extremo. Se muestra el sistema en el momento en que el ángulo $\phi = \omega t = 90^\circ$. (b) Gráfica del flujo a través de la espira y de la fem resultante en los bornes ab , junto con las posiciones correspondientes de la espira durante una rotación completa. La fem es la pendiente negativa de la gráfica del flujo: $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$.

ra medir la rapidez de rotación. Otros dispositivos se sirven de una fem de esta clase para medir campos magnéticos.

Este alternador se puede utilizar como fuente de fem en un circuito externo mediante el uso de dos *anillos colectores S*, que giran con la espira como se muestra en la figura 29.7a. Los anillos se deslizan contra unos contactos fijos llamados *escobillas*, que están conectados a los bornes de salida a y b . Dado que la fem varía sinusoidalmente, la corriente resultante en el circuito es una corriente *alterna* cuya magnitud y dirección también varían de forma sinusoidal. Por esta razón los alternadores se conocen también como *generadores de corriente alterna* (ca). Se puede aumentar la amplitud de la fem incrementando la rapidez de rotación, la magnitud del campo o el área de la espira, o bien utilizando N espiras en vez de una, como en la ecuación (29.4).

Los alternadores se utilizan en los automóviles para generar corrientes en el encendido, las luces y el sistema de entretenimiento. La configuración es algo diferente que en este ejemplo; en vez de tener una espira giratoria en un campo magnético, la espira permanece fija y lo que gira es un electroimán. (La rotación se consigue mediante una conexión mecánica entre el alternador y el motor). No obstante, el resultado es el mismo; el flujo a través de la espira

varía sinusoidalmente, y produce así una fem que varía del mismo modo. En las centrales eléctricas se utilizan alternadores más grandes de este mismo tipo (Fig. 29.8).



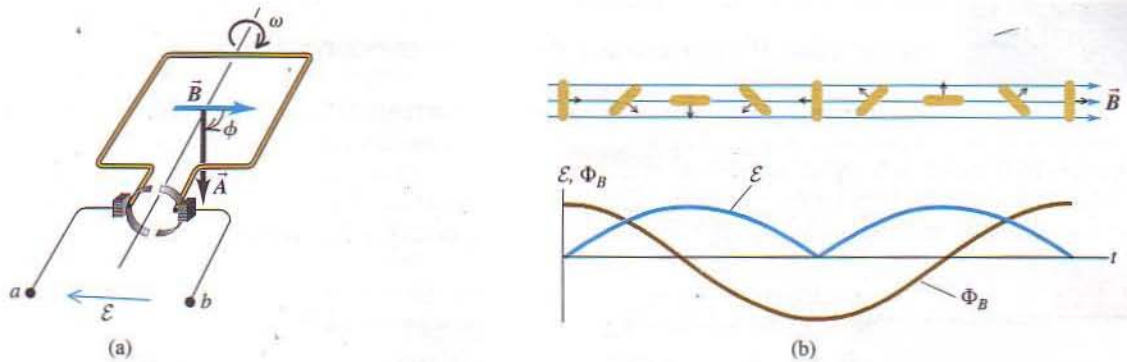
29.8 Un alternador comercial tiene muchas espiras de alambre devanadas alrededor de una estructura con apariencia de barril llamada inducido. El inducido y el alambre permanecen fijos mientras los electroimanes giran sobre un eje (no se muestra) que pasa por el centro del inducido. La fem inducida resultante es mucho mayor que la que se podría obtener con una sola espira de alambre.

Ejemplo 29.5

Generador II: generador de cc y fuerza contraelectromotriz de un motor

El alternador del ejemplo 29.4 produce una fem que varía de forma sinusoidal y, por tanto, una corriente alterna. Un plan similar permite construir un *generador de corriente continua* (cc), el cual produce una corriente que siempre tiene el mismo signo. En la figura 29.9a se muestra un prototipo de generador de cc. El arreglo de ani-

llos partidos recibe el nombre de *conmutador*, e invierte las conexiones con el circuito externo en las posiciones angulares donde la fem se invierte. En la figura 29.9b se muestra la fem resultante. Los generadores comerciales de cc tienen un gran número de bobinas y segmentos de conmutador; esta configuración nivela las salidas de



29.9 (a) Diagrama esquemático de un generador de cc con un conmutador de anillo partido. Las mitades del anillo están unidas a la espira y giran junto con él. (b) Gráfica de la fem inducida resultante en los bornes ab . Compárese con la figura 29.7b.

las sacudidas de la fem, y de este modo la tensión de bornes no sólo es unidireccional; también es prácticamente constante. Esta configuración de escobillas y conmutadores es igual a la del motor de corriente continua que analizamos en la sección 27.8. La *fuerza contraelectromotriz* del motor es simplemente la fem inducida por el flujo magnético cambiante a través de su bobina giratoria. Considere un motor con una bobina cuadrada de 10.0 cm por lado, con 500 espiras de alambre. Si la magnitud del campo magnético es de 0.200 T, ¿a qué rapidez de rotación es la fuerza contraelectromotriz promedio del motor igual a 112 V?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Por lo que concierne a la espira giratoria, la situación es la misma que en el ejemplo 29.4, salvo que ahora tenemos N espiras de alambre. Sin el conmutador, la fem alternaría entre valores positivos y negativos y tendría un valor promedio de cero (Fig. 29.7b). Sin embargo, con la incorporación del conmutador, la fem nunca es negativa y su valor promedio es positivo (Fig. 29.9b). Con base en el resultado obtenido en el ejemplo 29.4, hallaremos una expresión de este valor promedio y resolveremos de esta expresión la rapidez de rotación ω (la variable objetivo).

PLANTEAR: El planteamiento es el mismo que en el ejemplo 29.4.

EJECUTAR: Una comparación de las figuras 29.7b y 29.9b muestra que la fuerza contraelectromotriz del motor es simplemente el valor absoluto de la fem hallada en el caso de un alternador en el ejemplo 29.4, multiplicado por el número de espiras N de la bobina como en la ecuación (29.4):

$$|\mathcal{E}| = N\omega BA |\sin \omega t|$$

Para hallar la fuerza contraelectromotriz *promedio*, se sustituye $|\sin \omega t|$ por su valor promedio. El valor promedio de la función seno se encuentra integrando $\sin \omega t$ sobre medio ciclo, de $t = 0$ a $t = T/2 = \pi/\omega$, y luego dividiendo entre el tiempo transcurrido π/ω . Durante este medio ciclo, la función seno es positiva; por tanto, $|\sin \omega t| = \sin \omega t$, y se obtiene

$$(|\sin \omega t|)_{av} = \frac{\int_0^{\pi/\omega} \sin \omega t \, dt}{\pi/\omega} = \frac{2}{\pi}$$

o aproximadamente 0.64. En estos términos la fuerza contraelectromotriz promedio es

$$\mathcal{E}_{prom} = \frac{2N\omega BA}{\pi}$$

La fuerza contraelectromotriz es proporcional a la rapidez de rotación ω , como se afirmó sin probarlo en la sección 27.8. Resolviendo para ω se obtiene

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\pi \mathcal{E}_{prom}}{2NBA} \\ &= \frac{\pi (112 \text{ V})}{2(500)(0.200 \text{ T})(0.100 \text{ m})^2} = 176 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Utilizamos las relaciones $1 \text{ V} = 1 \text{ Wb/s} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ del ejemplo 29.1. Pudimos sumar "radianes" a las unidades de la respuesta porque se trata de una cantidad adimensional, como comentamos en el capítulo 9. La rapidez de rotación también se puede escribir como

$$\omega = 176 \text{ rad/s} \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1680 \text{ rev/min}$$

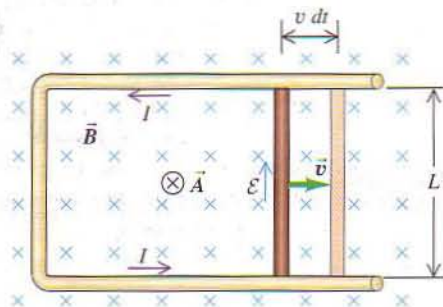
EVALUAR: La fuerza contraelectromotriz promedio es directamente proporcional a ω . Por consiguiente, cuanto más pequeña es la rapidez de rotación, tanto menor es la fuerza contraelectromotriz, y mayor la posibilidad de que el motor se quemara, como describimos en el ejemplo 27.12 (sección 27.8).

Aunque utilizamos un modelo muy simple de generador en este ejemplo y en el anterior, los mismos principios son aplicables al funcionamiento de los generadores comerciales.

Ejemplo
29.6

Generador III: generador de conductor corredizo

La figura 29.10 muestra un conductor con forma de U en un campo magnético uniforme \vec{B} perpendicular al plano de la figura, dirigido hacia la parte interna de la página. Se coloca una barra metálica de longitud L entre los dos brazos del conductor para formar un circuito, y se traslada la barra hacia la derecha con velocidad constante \vec{v} . Esto induce una fem y una corriente, y es por esta razón que este dispositivo recibe el nombre de *generador de conductor corredizo*. Halle la magnitud y dirección de la fem inducida resultante.



29.10 Generador de conductor corredizo. El campo magnético \vec{B} y el área vectorial \vec{A} están ambos dirigidos hacia la figura. El incremento de flujo magnético (debido a un aumento de área) induce la fem y la corriente que se muestran.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El flujo magnético cambia porque el área de la espira, limitada a la derecha por la barra móvil, aumenta. La variable que se busca es la fem \mathcal{E} inducida en esta espira en expansión.

Ejemplo
29.7

Trabajo y potencia en un generador de conductor corredizo

En el generador de conductor corredizo del ejemplo 29.6, se disipa energía en el circuito debido a su resistencia. Sea R la resistencia del circuito (constituido por el conductor corredizo y el conductor con forma de U que conecta los extremos del conductor corredizo) en un punto dado del movimiento del conductor corredizo. Demuestre que la rapidez con la que se disipa energía en el circuito es exactamente igual a la rapidez con la que se debe efectuar trabajo para trasladar la barra a través del campo magnético.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Las variables que se buscan son la *rapidez* de disipación de energía y la *rapidez* con la que se realiza trabajo. Esto significa que trabajaremos con el concepto de potencia (recuérdese la sección 6.4). Se disipa energía en el circuito porque existe una resistencia; para describir esto será necesario recurrir a las ideas expuestas en la sección 25.5. Se requiere trabajo para desplazar la barra porque a través de ella fluye una corriente inducida. El campo magnético ejerce una fuerza sobre esta barra conductora de co-

PLANTEAR: El campo magnético es uniforme en toda el área de la espira; por tanto, una vez más el flujo magnético se calcula con base en $\Phi_B = BA \cos \phi$. Optamos porque el vector de área \vec{A} apunte directamente hacia el plano de la figura, en la misma dirección de \vec{B} . Con esta elección una fem positiva será la que se dirija en el sentido de las manecillas del reloj alrededor de la espira. (Compruebe esto con la regla de la mano derecha. Apunte el pulgar de su mano derecha hacia la parte interna de la página y doble los dedos como en la figura 29.5).

EJECUTAR: Dado que \vec{B} y \vec{A} apuntan en la misma dirección, el ángulo $\phi = 0$ y $\Phi_B = BA$. La magnitud del campo magnético B es constante; por tanto, la fem inducida es

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \frac{dA}{dt}$$

Para calcular dA/dt , advierta que en un tiempo dt la barra corrediza se traslada una distancia $v dt$ (Fig. 29.10) y el área de la espira aumenta una cantidad $dA = Lv dt$. Por consiguiente, la fem inducida es

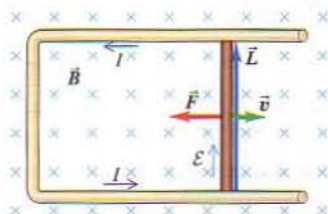
$$\mathcal{E} = -B \frac{Lv dt}{dt} = -BLv$$

El signo de menos indica que la fem es en *sentido contrario a las manecillas del reloj* alrededor de la espira. La corriente inducida también está en sentido contrario a las manecillas del reloj, como se muestra en la figura.

EVALUAR: Dése cuenta que la fem es constante si la velocidad \vec{v} de la barra es constante. En este caso el generador de conductor corredizo actúa como un generador de *corriente continua*. No es un dispositivo muy práctico porque la barra termina por desplazarse fuera del conductor con forma de U y pierde contacto, momento en el cual la fem inducida y la corriente cesan.

riente, y quienquiera que empuje esta barra debe realizar trabajo contra esta fuerza.

PLANTEAR: En el ejemplo 29.6 hallamos la fem inducida \mathcal{E} en este circuito. La corriente I del circuito es igual al cociente del valor absoluto de \mathcal{E} entre la resistencia R , y la rapidez con la que se disipa energía en la barra es $P_{\text{disipada}} = I^2 R$. La fuerza magnética sobre la barra es $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$; el vector \vec{L} apunta a lo largo de la barra en



29.11 La fuerza magnética $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ que actúa sobre la barra debido a la corriente inducida es hacia la izquierda, opuesta a \vec{v} .

el sentido de la corriente. La figura 29.11 muestra que esta fuerza es opuesta a la velocidad de la barra, por lo que para mantener el movimiento es preciso aplicar una fuerza de igual magnitud en la dirección del movimiento de la barra (es decir, en la dirección de \vec{v}). La rapidez con la que se realiza trabajo es igual al producto de la fuerza aplicada por la rapidez de la barra: $P_{\text{aplicada}} = Fv$.

EJECUTAR: Primero calcularemos P_{disipada} . De acuerdo con el ejemplo 29.6, $\mathcal{E} = -BLv$. Por tanto, la corriente en la barra es

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{BLv}{R}$$

y la rapidez de disipación de energía es

$$P_{\text{disipada}} = I^2R = \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

Para calcular P_{aplicada} , primero se calcula la magnitud de $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$. Puesto que \vec{L} y \vec{B} son perpendiculares, esta magnitud es

$$F = ILB = \frac{BLv}{R}LB = \frac{B^2L^2v}{R}$$

Por consiguiente, la rapidez con la que esta fuerza realiza trabajo es

$$P_{\text{aplicada}} = Fv = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

EVALUAR: Esto es exactamente igual a la rapidez con la que se disipa energía en la resistencia.

CUIDADO Se podría pensar que el invertir la dirección de \vec{B} o de \vec{v} , podría hacer posible que la fuerza magnética $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ tuviese la *misma* dirección que \vec{v} . Esto sería un truco muy bueno. Una vez que la barra estuviese en movimiento, el flujo magnético cambiante induciría una fem y una corriente, y la fuerza magnética sobre la barra haría que ésta se moviese con rapidez aún mayor y, en consecuencia, la fem y la corriente aumentarían; esto proseguiría hasta que la barra alcanzase una rapidez enorme y produjese potencia eléctrica a un ritmo prodigioso. Si esto parece demasiado bueno para ser verdad, sin mencionar la violación a la conservación de la energía, es porque así es. Al invertir \vec{B} también se invierte el signo de la fem y de la corriente inducidas y, por tanto, la dirección de \vec{L} , de modo que la fuerza magnética continúa oponiéndose al movimiento de la barra; se obtiene un resultado análogo si se invierte \vec{v} . Este comportamiento es parte de la ley de Lenz, la cual analizaremos en la sección 29.3.

El ejemplo 29.7 muestra que el generador de conductor corredizo no produce energía eléctrica de la nada; la energía es suministrada por el cuerpo, cualquiera que sea, que ejerce la fuerza encargada de mantener la barra en movimiento. Lo único que el generador hace es *convertir* esa energía en una forma diferente. La igualdad entre la rapidez con la que se suministra energía *mecánica* a un generador y la rapidez con la que se genera energía *eléctrica* se cumple en todos los tipos de generadores. En particular esto es válido con respecto al alternador descrito en el ejemplo 29.4; dejaremos los detalles como problema. (No consideramos los efectos de la fricción de los cojinetes de un alternador o entre la barra y el conductor en forma de U de un generador de conductor corredizo. Si se incluyen éstos, la conservación de la energía exige que la energía perdida por fricción no esté disponible para convertirse en energía eléctrica. En los generadores reales esta fricción se reduce al mínimo para que el proceso de conversión de energía sea lo más eficiente posible).

En el capítulo 27 afirmamos que la fuerza magnética que actúa sobre cargas en movimiento nunca realiza trabajo. Pero se podría pensar que la fuerza magnética $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ del ejemplo 29.7 *realiza* trabajo (negativo) sobre la barra conductora de corriente conforme ésta se traslada, lo cual contradice lo que antes se afirmó. De hecho, el trabajo realizado por la fuerza magnética es en realidad cero. Las cargas en movimiento que constituyen la corriente de la barra de la figura 29.11 tienen una componente vertical de velocidad, la cual crea una componente horizontal de fuerza sobre estas cargas. En consecuencia, ocurre un desplazamiento horizontal de carga dentro de la barra: el lado izquierdo adquiere una carga positiva neta, y el lado derecho, una carga negativa neta. El resultado es una componente horizontal de campo eléctrico, perpendicular a la longitud de la barra (análoga al efecto Hall descrito en la sección 27.9). Es este campo, en la dirección del movimiento de la barra, el que realiza trabajo sobre las cargas móviles de la barra y, por ende, indirectamente sobre los átomos que constituyen la barra.

Evalúe su comprensión

En el ejemplo 29.2, ¿cuáles serían la magnitud y dirección de la fem inducida si se *aumentase* el campo magnético a razón de 0.300 T/s?

29.3 | Ley de Lenz

La ley de Lenz es otro método conveniente para hallar la dirección de una corriente o fem inducida. La ley de Lenz no es un principio independiente; se deduce de la ley de Faraday. Siempre da los mismos resultados que las reglas de signos que presentamos en el contexto de la ley de Faraday, pero suele ser más fácil de aplicar. La ley de Lenz también nos ayuda a comprender intuitivamente diversos efectos inductivos, así como el papel de la conservación de la energía. H.F.E. Lenz (1804–1865) fue un científico ruso que reprodujo de forma independiente muchos de los descubrimientos de Faraday y Henry. La **ley de Lenz** establece lo siguiente:

La dirección de todo efecto de inducción magnética es la que se opone a la causa del efecto.

La “causa” puede ser un flujo cambiante a través de un circuito fijo debido a un campo magnético variable, un flujo cambiante debido al movimiento de los conductores que constituyen el circuito, o cualquier combinación de lo anterior. Si cambia el flujo en un circuito fijo, como en los ejemplos 29.1 y 29.2, la corriente inducida establece un campo magnético propio. Dentro del área limitada por el circuito, este campo es *opuesto* al campo original si éste *aumenta*; en cambio, tiene la dirección del campo original si éste *disminuye*. Es decir, la corriente inducida se opone al *cambio de flujo* a través del circuito (*no* al flujo en sí).

Si el cambio de flujo se debe al movimiento de los conductores, como en los ejemplos del 29.3 al 29.7, la dirección de la corriente inducida en el conductor en movimiento es tal, que la dirección de la fuerza del campo magnético sobre el conductor se opone a su movimiento. Es así que el movimiento del conductor, que provocó la corriente inducida, encuentra oposición. Vimos esto de forma explícita en el caso del generador de conductor corredizo del ejemplo 29.7. En todos estos casos la corriente inducida intenta conservar el *statu quo* oponiéndose al movimiento o a un cambio de flujo.

La ley de Lenz también está directamente relacionada con la conservación de la energía. Si la corriente inducida del ejemplo 29.7 tuviera una dirección opuesta a la que establece la ley de Lenz, la fuerza magnética sobre la barra aceleraría ésta hacia una rapidez siempre creciente, sin una fuente externa de energía, no obstante que se disipa energía en el circuito. Esto sería una clara violación de la conservación de la energía, y no sucede en la naturaleza.

Ejemplo conceptual 29.8

Otro vistazo al generador de conductor corredizo

En la figura 29.10, la corriente inducida en la espira crea un campo magnético adicional en el área limitada por la espira. El sentido de la corriente inducida es el contrario a las manecillas del reloj. Con base en lo expuesto en la sección 28.2, vemos que la dirección del

campo magnético adicional creado por esta corriente es *hacia afuera* del plano de la figura. Su dirección es opuesta a la del campo magnético original, pues tiende a cancelar el efecto de ese campo. Esto es congruente con lo que predice la ley de Lenz.

Ejemplo conceptual 29.9

Cómo hallar el sentido de la corriente inducida

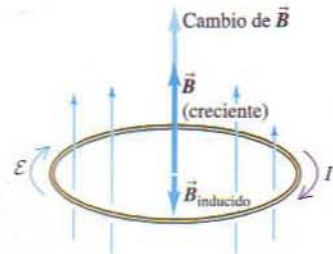
En la figura 29.12 hay un campo magnético uniforme \vec{B} a través de la bobina. La magnitud del campo aumenta, y la fem inducida re-

sultante crea una corriente inducida. Con base en la ley de Lenz, halle el sentido de la corriente inducida.

SOLUCIÓN

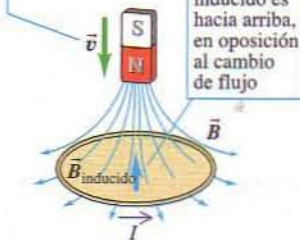
Esta situación es la misma del ejemplo 29.1 (sección 29.2). Por la ley de Lenz la corriente inducida debe crear en el interior de la bobina un campo magnético $\vec{B}_{\text{inducido}}$ hacia abajo que se opone al cambio de flujo. De acuerdo con la regla de la mano derecha descrita en la sección 28.5, referente a la dirección del campo magnético creado por una espira circular, $\vec{B}_{\text{inducido}}$ tendrá la dirección deseada si la corriente inducida fluye como se muestra en la figura 29.12.

La figura 29.13 muestra varias aplicaciones de la ley de Lenz a la situación similar de un imán que se mueve cerca de una espira conductora. En cada uno de los cuatro casos, la corriente inducida crea un campo magnético propio, en una dirección que se opone al cambio de flujo a través de la espira debido al movimiento del imán.



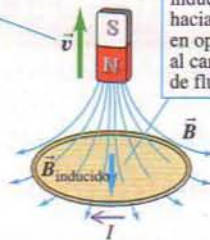
29.12 La corriente inducida debida al cambio de \vec{B} fluye en el sentido de las manecillas del reloj, vista desde arriba de la espira. El campo adicional $\vec{B}_{\text{inducido}}$ originado por esta corriente es hacia abajo, opuesto al cambio del campo hacia arriba \vec{B} .

El movimiento del imán aumenta el flujo magnético hacia abajo a través de la espira



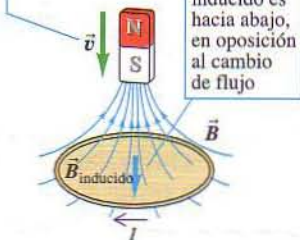
(a) Para originar este campo inducido, la corriente inducida debe ser en sentido contrario a las manecillas del reloj, vista desde arriba de la espira

El movimiento del imán reduce el flujo magnético hacia abajo a través de la espira



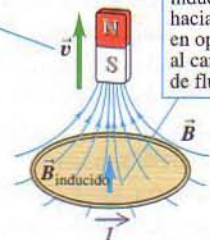
(b) Para crear este campo inducido, la corriente inducida debe ser en el sentido de las manecillas del reloj, vista desde arriba de la espira

El movimiento del imán aumenta el flujo magnético hacia arriba a través de la espira



(c) Para crear este campo inducido, la corriente inducida debe ser en el sentido de las manecillas del reloj, vista desde arriba de la espira

El movimiento del imán reduce el flujo magnético hacia arriba a través de la espira



(d) Para crear este campo inducido, la corriente inducida debe ser en sentido contrario a las manecillas del reloj, vista desde arriba de la espira

29.13 Sentido de las corrientes inducidas cuando un imán de barra se desplaza a lo largo del eje de una espira conductora. Si el imán de barra está fijo, no hay corriente inducida.

Ley de Lenz y respuesta a los cambios de flujo

Si una corriente inducida siempre se opone a todo cambio del flujo magnético a través de un circuito, ¿cómo es posible entonces que el flujo cambie? La respuesta es que la ley de Lenz indica sólo el *sentido* de una corriente inducida; la *magnitud* de la corriente depende de la resistencia del circuito. Cuanto mayor es la

resistencia del circuito, tanto menor es la corriente inducida que parece oponerse a todo cambio de flujo, y más fácil es que se lleve a efecto el cambio de flujo. Si la espira de la figura 29.13 fuera de madera (un aislador), casi no habría corriente inducida en respuesta a los cambios de flujo a través de la espira.

A la inversa, cuanto menor es la resistencia del circuito, tanto más grande es la corriente inducida y más difícil resulta alterar el flujo a través del circuito. Si la espira de la figura 29.13 es un buen conductor, fluye una corriente inducida en tanto el imán se traslada respecto a la espira. Una vez que el imán y la espira ya no están en movimiento relativo, la corriente inducida disminuye a cero con gran rapidez porque la resistencia de la espira es diferente de cero.

Se presenta el caso extremo cuando la resistencia del circuito es *cero*. En esas condiciones la corriente inducida de la figura 29.13 continuará fluyendo incluso después que ha desaparecido la fem inducida; es decir, cuando el imán ya ha dejado de moverse respecto a la espira. Gracias a esta *corriente persistente*, resulta que el flujo a través de la espira es exactamente el que había antes que el imán comenzara a trasladarse, por lo que el flujo a través de una espira de resistencia nula *nunca* cambia. Ciertos materiales especiales llamados *superconductores* tienen en efecto una resistencia nula; los estudiaremos con más detenimiento en la sección 29.8.

Evalúe su comprensión

Suponga que se traslada la barra del ejemplo 29.6 hacia la *izquierda* a velocidad constante. Con base en la ley de Lenz, halle el sentido en que fluiría la corriente inducida alrededor del circuito en este caso.

29.4 | Fuerza electromotriz de movimiento

Hemos visto varias situaciones en las que un conductor se traslada en un campo magnético, como en los generadores que analizamos en los ejemplos del 29.4 al 29.7. Podemos comprender mejor el origen de la fem inducida en estas situaciones considerando las fuerzas magnéticas que actúan sobre las cargas móviles del conductor. La figura 29.14a muestra la misma barra móvil que estudiamos en el ejemplo 29.6, separada por ahora del conductor con forma de U. El campo magnético \vec{B} es uniforme y está dirigido hacia la parte interna de la página, y se traslada la barra hacia la derecha a una velocidad constante \vec{v} . Una partícula con carga q de la barra experimenta en estas condiciones una fuerza magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ cuya magnitud es $F = |q|vB$. En la exposición que sigue consideramos que q es positiva; en ese caso la dirección de esta fuerza es hacia arriba a lo largo de la barra, de b hacia a .

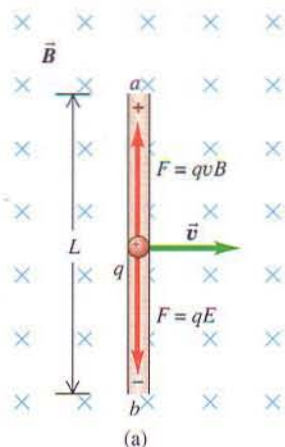
Esta fuerza magnética provoca que las cargas libres de la barra se trasladen, originando un exceso de carga positiva en el extremo superior a y de carga negativa en el extremo inferior b . Esto, a su vez, proporciona un campo eléctrico \vec{E} dentro de la barra, en la dirección de a a b (opuesto a la fuerza magnética). La carga continúa acumulándose en los extremos de la barra hasta que \vec{E} alcanza la magnitud suficiente para que la fuerza eléctrica hacia abajo (de magnitud qE) cancele exactamente la fuerza magnética *hacia arriba* (de magnitud qvB). Por tanto $qE = qvB$ y las cargas están en equilibrio.

La magnitud de la diferencia de potencial $V_{ab} = V_a - V_b$ es igual al producto de la magnitud del campo eléctrico E por la longitud L de la barra. De acuerdo con lo antes expuesto, $E = vB$; por tanto,

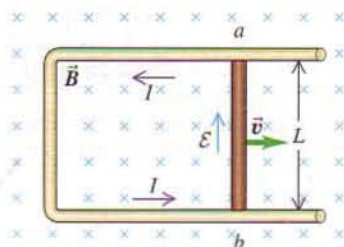
$$V_{ab} = EL = vBL \quad (29.5)$$

con el punto a en un potencial más alto que el punto b .

Suponga ahora que la barra móvil se desliza a lo largo de un conductor fijo con forma de U formando un circuito completo (Fig. 29.14b). Ninguna fuerza magné-



(a)



(b)

29.14 Barra conductora en movimiento en un campo magnético uniforme. (a) La barra, la velocidad y el campo son mutuamente perpendiculares. (b) Sentido de la corriente inducida en el circuito.

tica actúa sobre las cargas del conductor fijo con forma de U , pero la carga que estaba cerca de los puntos a y b se redistribuye a lo largo de los conductores fijos y origina un campo eléctrico dentro de ellos. Este campo establece una corriente en el sentido que se indica. La barra en movimiento se ha convertido en una fuente de fuerza electromotriz; en su interior, la carga se traslada de un potencial más bajo a uno más alto, y en el resto del circuito la carga se traslada de un potencial más alto a uno más bajo. Esta fem se llama **fuerza electromotriz de movimiento** y se denota con \mathcal{E} . De acuerdo con lo antes expuesto, la magnitud de esta fem es

$$\mathcal{E} = vBL \quad (29.6)$$

(fem de movimiento; longitud y velocidad perpendiculares a \vec{B} uniforme)

lo que corresponde a una fuerza por unidad de carga de magnitud vB que actúa por una distancia L a lo largo de la barra en movimiento. Si la resistencia total del circuito del conductor con forma de U y la barra corrediza es R , la corriente I inducida en el circuito está dada por $vBL = IR$. Este resultado es el mismo que se obtuvo en la sección 29.2 con base en la ley de Faraday; de hecho, la fem de movimiento es un caso particular de la ley de Faraday, uno de varios ejemplos descritos en la sección 29.2.

La fem asociada con la barra en movimiento de la figura 29.14 es análoga a la de una batería con su borne positivo en a y su borne negativo en b , aunque el origen de las dos fem es muy diferente. En ambos casos una fuerza no electrostática actúa sobre las cargas del dispositivo, en la dirección de b a a , y la fem es el trabajo por unidad de carga que esta fuerza realiza cuando una carga se traslada de b a a en el dispositivo. Cuando el dispositivo está conectado a un circuito externo, el sentido de la corriente es de b a a en el dispositivo y de a a b en el circuito externo. Si bien hemos analizado la fem de movimiento en términos de un circuito cerrado como el de la figura 29.14b, también está presente una fem de movimiento en la barra móvil aislada de la figura 29.14a, del mismo modo que una batería tiene una fem aunque no forme parte de un circuito.

El sentido de la fem inducida de la figura 29.14 se deduce a partir de la ley de Lenz, incluso cuando (como en la figura 29.14a) el conductor no forma un circuito completo. En este caso podemos completar mentalmente el circuito entre los extremos del conductor y aplicar la ley de Lenz para establecer el sentido de la corriente. Con base en esto podemos deducir la polaridad de los extremos del conductor en circuito abierto. El sentido del extremo $-$ al extremo $+$ dentro del conductor es el sentido que la corriente tendría si el circuito estuviese completo.

Recomendamos verificar que si v se expresa en metros por segundo, B en tesla y L en metros, entonces \mathcal{E} está en volt. (Recuérdese que $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$).

Podemos generalizar el concepto de fem de movimiento respecto a un conductor de cualquier forma, que se desplaza en un campo magnético cualquiera, uniforme o no (suponiendo que el campo magnético en cada punto no varía con el tiempo). En el caso de un elemento $d\vec{l}$, la contribución $d\mathcal{E}$ a la fem es la magnitud $d\mathcal{E}$ multiplicada por la componente de $\vec{v} \times \vec{B}$ (la fuerza magnética por unidad de carga) paralela a $d\vec{l}$; es decir,

$$d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

En el caso de una espira conductora cerrada cualquiera, la fem total es

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (\text{fem de movimiento; espira conductora cerrada}) \quad (29.7)$$

Esta expresión parece muy diferente de nuestro enunciado original de la ley de Faraday [ecuación (29.3)], según la cual $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$. De hecho, a pesar de que los



13.10 Fuerza electromotriz de movimiento

dos enunciados son equivalentes. Se puede demostrar que la rapidez de cambio del flujo magnético a través de una espira conductora en movimiento siempre está dada por el negativo de la expresión de la ecuación (29.7). Así pues, esta ecuación nos proporciona una formulación alterna a la ley de Faraday. Esta opción suele ser más conveniente que la original en problemas relacionados con conductores *en movimiento*. Pero cuando se tienen conductores *fijos* en campos magnéticos cambiantes, *no se puede* usar la ecuación (29.7); en este caso, $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$ es la única manera correcta de expresar la ley de Faraday.

Ejemplo 29.10

Cálculo de una fem de movimiento

Suponga que la longitud L en la figura 29.14b es de 0.10 m, la velocidad v es de 2.5 m/s, la resistencia total de la espira es de 0.030Ω y B es 0.60 T. Encuentre \mathcal{E} , la corriente inducida y la fuerza que actúa sobre la barra.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La primera variable objetivo es la fem de movimiento \mathcal{E} debida al movimiento de la barra. Hallaremos la corriente a partir de los valores de \mathcal{E} y la resistencia R . La fuerza sobre la barra es en efecto una fuerza magnética que \vec{B} ejerce sobre la corriente de la barra.

PLANTEAR: Utilizaremos la expresión de la fem de movimiento deducida en esta sección, la conocida relación $\mathcal{E} = IR$ y la fórmula $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ de la fuerza magnética sobre una barra conductora de corriente.

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (29.6) la fem es

$$\mathcal{E} = vBL = (2.5 \text{ m/s})(0.60 \text{ T})(0.10 \text{ m}) = 0.15 \text{ V}$$

La corriente inducida resultante en la espira es

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.15 \text{ V}}{0.030 \Omega} = 5.0 \text{ A}$$

La dirección de la fuerza magnética sobre la barra que conduce esta corriente es *opuesta* al movimiento de la barra. Esto se ve aplicando la regla de la mano derecha para productos vectoriales a la fórmula $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$. Dado que \vec{L} y \vec{B} son perpendiculares, la magnitud de esta fuerza es

$$F = ILB = (5.0 \text{ A})(0.10 \text{ m})(0.60 \text{ T}) = 0.30 \text{ N}$$

EVALUAR: La respuesta referente a la dirección de \vec{F} se comprueba aplicando la ley de Lenz. Si se opta porque el vector de área \vec{A} apunte hacia el plano de la espira, el flujo magnético es positivo y crecientemente a medida que la barra se traslada hacia la derecha y aumenta el área de la espira. La ley de Lenz nos dice que una fuerza parece oponerse a este aumento de flujo. Por tanto, la fuerza sobre la barra es hacia la izquierda, opuesta a su movimiento.

Ejemplo 29.11

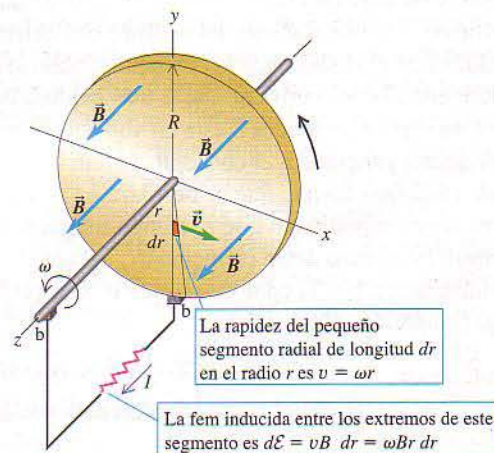
La dinamo de disco de Faraday

Un disco conductor de radio R (Fig. 29.15) yace en el plano xy y gira con velocidad angular constante ω en torno al eje de las z . El disco está en un campo \vec{B} constante y uniforme, paralelo al eje de las z . Halle la fem inducida entre el centro y el borde del disco.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Está presente una fem de movimiento porque el disco conductor se mueve respecto al campo \vec{B} . La complicación es que diferentes partes del disco se mueven con distinta rapidez v , según su distancia al eje de rotación. Abordaremos este problema considerando segmentos pequeños del disco y sumando (en realidad, integrando) sus contribuciones para determinar la variable objetivo: la fem entre el centro y el borde.

PLANTEAR: Considere el pequeño segmento del disco identificado por su vector de velocidad \vec{v} . La fuerza magnética por unidad de carga sobre este segmento es $\vec{v} \times \vec{B}$, la cual apunta radialmente hacia afuera respecto al centro del disco (en el segmento que se muestra, en la dirección y negativa). Por tanto, la fem inducida tiende a hacer que fluya una corriente radialmente hacia afuera, lo cual nos dice que el camino conductor en movimiento en el que debemos pensar en este caso es una línea recta del centro al borde. Podemos encontrar la fem correspondiente a cada pequeño segmento de disco a lo largo de



29.15 Disco conductor de radio R que gira con rapidez angular ω en un campo magnético \vec{B} . La fem se induce a lo largo de líneas radiales del disco y se aplica a un circuito externo a través de dos contactos corredizos identificados como b .

esta recta mediante la expresión $d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$, a continuación integrar a fin de proporcionar la fem total.

CUIDADO Uno podría sentirse tentado a aplicar la ecuación (29.5) y simplemente multiplicar vB por la longitud del camino conductor en movimiento, que es tan sólo el radio R . Eso no sería correcto, porque v tiene diferentes valores en distintos puntos a lo largo del camino.

EJECUTAR: Consideremos la fem de movimiento $d\mathcal{E}$ debida a un pequeño segmento radial situado a una distancia r del eje de rotación. El vector de longitud asociado $d\vec{l}$ (de longitud dr) apunta radialmente hacia afuera, en la misma dirección que $\vec{v} \times \vec{B}$. Los vectores \vec{v} y \vec{B} son perpendiculares, y la magnitud de \vec{v} es $v = \omega r$.

Por tanto, la fem total entre el centro y el borde es la suma de todas las contribuciones como ésta:

$$\mathcal{E} = \int_0^R \omega B r \, dr = \frac{1}{2} \omega B R^2$$

EVALUAR: Podemos utilizar este dispositivo como fuente de fem en un circuito completando el circuito por medio de escobillas fijas (b en la figura) que hacen contacto con el disco y su eje conductor como se muestra. Faraday estudió la fem de un disco como éste; el dispositivo se conoce como *dinamo de disco de Faraday* o *generador homopolar*. A diferencia del alternador del ejemplo 29.4, la dinamo de disco de Faraday es un generador de corriente continua; produce una fem que es constante en el tiempo. ¿Puede usted demostrar, con base en la ley de Lenz, que con el sentido de rotación de la figura 29.15 la corriente en el circuito externo debe fluir en el sentido que se indica?

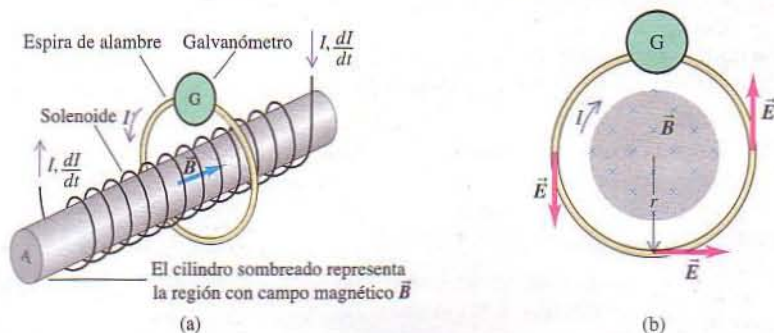
Evalúe su comprensión

El campo magnético de la Tierra apunta hacia el norte (magnético). Para simplificar, suponga que el campo no tiene componente vertical (como es el caso cerca del ecuador terrestre). Si usted sostiene una barra metálica en la mano y camina hacia el este, ¿cómo orientaría la barra para obtener la máxima fem de movimiento entre sus extremos? ¿Cómo debe sostenerla para obtener una fem nula? ¿En qué dirección debe caminar para que la fem de movimiento entre los extremos de la barra sea cero, no importa cómo esté orientada la barra?

29.5 | Campos eléctricos inducidos

Cuando un conductor se traslada en un campo magnético, podemos comprender la fem inducida sobre la base de fuerzas magnéticas que actúan sobre las cargas del conductor, como se describe en la sección 29.4. Pero también se presenta una fem inducida cuando hay un flujo cambiante a través de un conductor fijo. ¿Qué es lo que impulsa a las cargas alrededor del circuito en este tipo de situación?

A guisa de ejemplo, considérese la situación que se muestra en la figura 29.16. Un solenoide largo y delgado con área de sección transversal A y n espiras por unidad de longitud está rodeado en su centro por una espira conductora circular. El galvanómetro G mide la corriente en la espira. Una corriente I en el devanado del solenoide establece un campo magnético \vec{B} a lo largo del eje del solenoide, como se muestra, de



29.16 (a) Los devanados de un solenoide largo conducen una corriente I que aumenta a razón de dI/dt . El flujo magnético en el solenoide aumenta a razón de $d\Phi_B/dt$, y este flujo cambiante pasa a través de una espira de alambre. Se induce una fem $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$ en la espira, la cual induce una corriente I' que es medida por el galvanómetro G . (b) Vista de una sección transversal.

magnitud B como se calculó en el ejemplo 28.10 (sección 28.7): $B = \mu_0 n I$, donde n es el número de espiras por unidad de longitud. Si pasamos por alto el pequeño campo que existe afuera del solenoide y suponemos que el vector de área A apunta en la dirección de \vec{B} , entonces el flujo magnético Φ_B a través de la espira es

$$\Phi_B = BA = \mu_0 n I A$$

Cuando la corriente I del solenoide cambia con el tiempo, también cambia el flujo magnético Φ_B , y de acuerdo con la ley de Faraday la fem inducida en la espira está proporcionada por

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 n A \frac{dI}{dt} \quad (29.8)$$

Si la resistencia total de la espira es R , la corriente inducida en la espira, a la que llamaremos I' , es $I' = \mathcal{E}/R$.

Pero, ¿cuál es la fuerza que hace circular a las cargas en la espira? No puede ser una fuerza magnética porque el conductor no se está moviendo en un campo magnético; de hecho, ni siquiera está en un campo magnético. Nos vemos obligados a concluir que debe haber un **campo eléctrico inducido** en el conductor, *originado por el flujo magnético cambiante*. Esto suena quizá un poco discordante; estamos habituados a pensar que los campos eléctricos son creados por cargas eléctricas, y ahora afirmamos que un campo magnético cambiante actúa de alguna manera como fuente de campo eléctrico. Por añadidura, se trata de una clase extraña de campo eléctrico. Cuando una carga q completa un recorrido alrededor de la espira, el trabajo total que el campo eléctrico realiza sobre ella debe ser igual a q veces la fem \mathcal{E} . Es decir, el campo eléctrico en la espira es *no conservativo*, según aplicamos el término en el capítulo 23, porque la integral de línea de \vec{E} alrededor de un trayecto cerrado no es cero. De hecho, esta integral de línea, que representa el trabajo realizado por el campo inducido \vec{E} por unidad de carga, es igual a la fem inducida \mathcal{E} :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E} \quad (29.9)$$

De acuerdo con la ley de Faraday la fem \mathcal{E} también es el negativo de la rapidez de cambio del flujo magnético a través de la espira. Por tanto, en este caso podemos reformular la ley de Faraday como

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{trayecto de integración constante}) \quad (29.10)$$

Advierta que la ley de Faraday siempre se cumple en la forma $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$; la forma dada en la ecuación (29.10) es válida *sólo* si el trayecto alrededor del cual se efectúa la integración es *constante*.

Como ejemplo de una situación donde es aplicable la ecuación (29.10), considérese la espira circular fija de la figura 29.16b, de radio r . Por simetría cilíndrica, el campo eléctrico \vec{E} tiene la misma magnitud en todos los puntos del círculo y es tangente a él en cada punto. (La simetría también permitiría que el campo fuese *radial*, pero en estos términos la ley de Gauss demandaría la presencia de una carga neta en el interior del círculo, y no la hay). La integral de línea de la ecuación (29.10) se convierte simplemente en el producto de la magnitud E por la circunferencia $2\pi r$ de la espira, $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E$, y la ecuación (29.10) da lo siguiente:

$$E = \frac{1}{2\pi r} \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| \quad (29.11)$$

En la figura 29.16b se muestran las direcciones de \vec{E} en varios puntos de la espira. Sabemos que \vec{E} debe tener las direcciones que se muestran cuando el \vec{B} del solenoide está aumentando, porque $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ debe ser negativo cuando $d\Phi_B/dt$ es positivo. El mismo planteamiento permite hallar el campo eléctrico inducido *adentro* del solenoide cuando el campo \vec{B} del solenoide está cambiando; le dejamos a usted los detalles (véase el ejercicio 29.28).

Hagamos ahora una síntesis de lo que hemos aprendido. La ley de Faraday [ecuación (29.3)] es válida respecto a dos situaciones bastante diferentes. En una, las fuerzas magnéticas que actúan sobre cargas inducen una fem cuando un conductor se traslada a través de un campo magnético. En la otra, un campo magnético que varía con el tiempo induce un campo eléctrico en un conductor fijo y, en consecuencia, induce una fem; de hecho, se induce el campo \vec{E} incluso en ausencia de un conductor. El campo \vec{E} difiere de un campo electrostático en un aspecto importante. Es *no conservativo*; la integral de línea $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ alrededor de un trayecto cerrado no es cero, y cuando una carga se traslada alrededor de un camino cerrado, el campo realiza sobre ella una cantidad de trabajo diferente de cero. Se sigue que, aplicado a un campo de esta índole, el concepto de *potencial* carece de significado. Un campo de esta clase se conoce como un **campo no electrostático**. En cambio, un campo electrostático *siempre* es conservativo, como explicamos en la sección 23.1, y siempre tiene asociada a él una función de potencial. Pese a esta diferencia, el efecto fundamental de *cualquier* campo eléctrico es el de ejercer una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre la carga q . Esta relación es válida tanto si \vec{E} es un campo conservativo originado por una distribución de carga como si es un campo no conservativo originado por un flujo magnético cambiante.

Así que, un campo magnético cambiante actúa como fuente de campo eléctrico de una clase que *no se puede* producir con ninguna distribución de carga estática. Esto puede parecer extraño, pero así es como se comporta la naturaleza. Lo que es más, en la sección 29.7 veremos que un campo *eléctrico* cambiante actúa como fuente de campo *magnético*. Exploraremos con más detenimiento esta simetría entre los dos campos cuando estudiemos las ondas electromagnéticas en el capítulo 32.

Por si alguna duda queda acerca de la realidad de los campos eléctricos inducidos por medios magnéticos, considérense unas cuantas de sus múltiples aplicaciones prácticas (Fig. 29.17). En la cabeza reproductora de una grabadora de cinta, se inducen corrientes en una bobina fija conforme las regiones diversamente magnetizadas de la cinta pasan junto a ella. Las unidades de disco de computadora funcionan con base en el mismo principio. Las pastillas de las guitarras eléctricas utilizan corrientes inducidas por las vibraciones de cuerdas ferromagnéticas cercanas en las bobinas fijas de la pastilla. Los alternadores de casi todos los automóviles emplean imanes giratorios para inducir corrientes en bobinas fijas. La lista es interminable; lo sepamos o no, los campos eléctricos inducidos magnéticamente desempeñan un importante papel en la vida diaria.

29.17 Aplicaciones de los campos eléctricos inducidos. (a) En el disco duro de una computadora se almacenan datos en un patrón de áreas magnetizadas en la superficie del disco. Para leer estos datos, se coloca una bobina montada en un brazo flexible cerca del disco que está girando. La bobina experimenta un flujo magnético cambiante, el cual induce una corriente cuyas características dependen del patrón codificado en el disco. (b) Este automóvil híbrido tiene un motor de gasolina y también un motor eléctrico. Cuando el auto se detiene, los imanes de las ruedas que giran pasan junto a bobinas fijas. La corriente inducida resultante recarga las baterías del vehículo. (c) El cigüeñal en rotación de un avión con motor de émbolos hace girar un imán, y así induce una fem en una bobina adyacente y genera la chispa que enciende el combustible en los cilindros del motor. Esto mantiene el motor en marcha incluso cuando llegan a fallar los otros sistemas eléctricos del avión.



(a)



(b)



(c)

Ejemplo
29.12

Campos eléctricos inducidos

Suponga que el solenoide largo de la figura 29.16a tiene 500 espiras por metro y la corriente en sus devanados aumenta a razón de 100 A/s. El área de sección transversal del solenoide es de $4.0 \text{ cm}^2 = 4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. a) Encuentre la magnitud de la fem inducida en la espira de alambre externa al solenoide. b) Halle la magnitud del campo eléctrico inducido en el interior de la espira si el radio de ésta es de 2.0 cm.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Como en la figura 29.16b, el campo magnético creciente del interior del solenoide provoca un cambio en el flujo magnético a través de la espira de alambre y, en consecuencia, induce un campo eléctrico \vec{E} alrededor de la espira. Las variables objetivo son la fem inducida \mathcal{E} y la magnitud de \vec{E} .

PLANTEAR: La fem se proporciona a partir de la ecuación (29.8). La determinación de la magnitud del campo E se simplifica porque la espira y el solenoide comparten un mismo eje central. Así que, por simetría, el campo eléctrico es tangente a la espira y tiene la misma magnitud en toda su circunferencia. Esto facilita hallar E a partir de la fem \mathcal{E} mediante la ecuación (29.9).

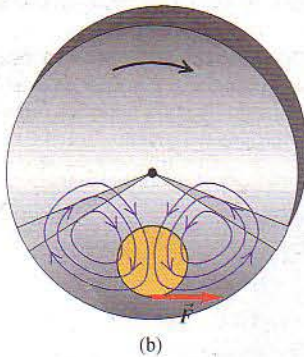
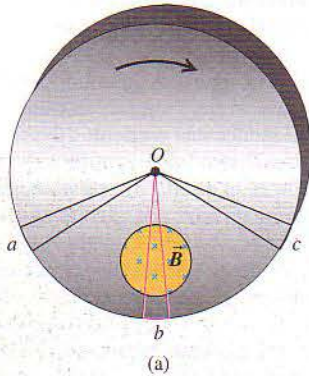
EJECUTAR: a) De acuerdo con la ecuación (29.8), la fem inducida es

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 n A \frac{dI}{dt} \\ &= -(4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/A}\cdot\text{m})(500 \text{ espiras/m}) \\ &\quad (4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(100 \text{ A/s}) \\ &= -25 \times 10^{-6} \text{ Wb/s} = -25 \times 10^{-6} \text{ V} = -25 \mu\text{V}\end{aligned}$$

b) Por simetría, el valor absoluto de la integral de línea $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ es $2\pi r E$ (sin tener en cuenta el sentido en el que se integra alrededor de la espira). Esto es igual al valor absoluto de la fem; por tanto,

$$E = \frac{|\mathcal{E}|}{2\pi r} = \frac{25 \times 10^{-6} \text{ V}}{2\pi(2.0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 2.0 \times 10^{-4} \text{ V/m}$$

EVALUAR: En la figura 29.16b el flujo magnético *hacia* el plano de la figura está aumentando. De acuerdo con la regla de la mano derecha para fem inducida (se ilustra en la figura 29.5), una fem positiva sería en el sentido de las manecillas del reloj alrededor de la espira; el signo negativo de \mathcal{E} indica que la fem es en sentido contrario a las manecillas del reloj. ¿Puede demostrar esto con base en la ley de Lenz?



29.18 (a) Disco metálico en rotación a través de un campo magnético perpendicular \vec{B} . (b) Corrientes parásitas formadas por la fem inducida.

Evalúe su comprensión

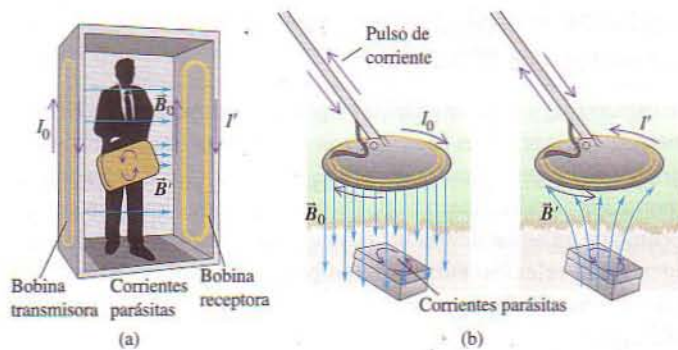
Si meneas con rapidez para un lado y otro un imán en su mano, ¿genera un campo eléctrico? De ser así, ¿es conservativo este campo?

***29.6 | Corrientes parásitas**

En los ejemplos de efectos de inducción que hemos estudiado, las corrientes inducidas han estado confinadas a caminos bien definidos en conductores y otros componentes que forman un circuito. Sin embargo, muchos aparatos eléctricos contienen masas de metal que se mueven en campos magnéticos o están situados en campos magnéticos cambiantes. En situaciones como éstas puede haber corrientes inducidas que circulan en todo el volumen del material, cuyo flujo se asemeja al de los remolinos de un río, y que reciben el nombre de **corrientes parásitas**.

A modo de ejemplo, considere un disco metálico que gira en un campo magnético perpendicular al plano del disco, pero confinado a una porción limitada del área del disco, como se muestra en la figura 29.18a. El sector Ob se desplaza a través del campo y tiene una fem inducida. Los sectores Oa y Oc no están en el campo, pero ofrecen caminos conductores de regreso para que las cargas desplazadas a lo largo de Ob retornen de b a O . El resultado es una circulación de corrientes parásitas en el disco, algo así como las que se han bosquejado en la figura 29.18b.

La ley de Lenz permite decidir cuál es el sentido de la corriente inducida en las inmediaciones del sector Ob . Esta corriente debe experimentar una fuerza magnética $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ que se *opone* a la rotación del disco; por tanto, esta fuerza debe ser hacia la derecha en la figura 29.18b. Puesto que \vec{B} se dirige hacia el plano del disco, la corriente y por tanto \vec{L} tienen componentes hacia abajo. Las corrientes de retorno se encuentran afuera del campo, por lo que no experimentan fuerzas magnéticas. La interacción entre las corrientes parásitas y el campo genera una acción



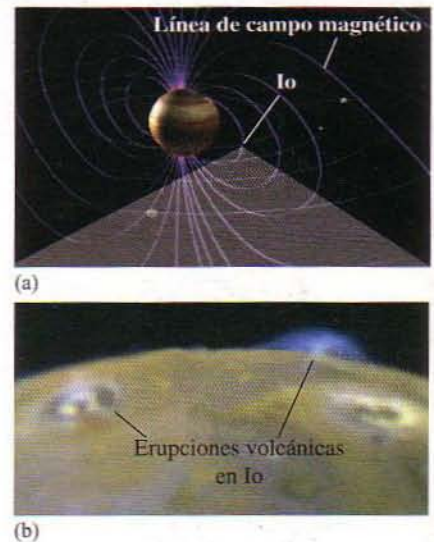
29.19 (a) Un detector de metales de un punto de revisión de seguridad de aeropuerto genera un campo magnético alternante B_0 . Esto induce corrientes parásitas en un objeto conductor que pasa por el detector. A su vez, las corrientes parásitas crean un campo magnético alternante B' , y este campo induce una corriente en la bobina receptora del detector. (b) Los detectores portátiles de metales funcionan con base en el mismo principio.

de frenado sobre el disco. Estos efectos sirven para detener rápidamente la rotación de una sierra circular cuando se corta el suministro de energía. Ciertas balanzas sensibles utilizan este efecto para amortiguar las vibraciones. El frenado por corrientes parásitas se emplea en ciertos vehículos eléctricos para tránsito rápido. Unos electroimanes montados en los vagones inducen corrientes parásitas en los rieles; los campos magnéticos resultantes generan fuerzas de frenado que actúan sobre los electroimanes y, por tanto, sobre los vagones.

Las corrientes parásitas tienen muchos otros usos prácticos. El brillante disco metálico del medidor de la compañía de electricidad a la entrada de nuestra casa gira en virtud de corrientes parásitas. Estas corrientes son inducidas en el disco por los campos magnéticos originados por las corrientes que varían sinusoidalmente en una bobina. En los hornos de inducción se utilizan corrientes parásitas para calentar materiales en recipientes herméticamente cerrados en procedimientos en los que es indispensable evitar la menor contaminación de los materiales. Los detectores de metales que se utilizan en los puntos de revisión de seguridad de los aeropuertos (Fig. 29.19a) funcionan detectando corrientes parásitas inducidas en objetos metálicos. Se utilizan dispositivos análogos (Fig. 29.19b) para hallar tesoros enterrados, tales como tapas de botellas y monedas perdidas.

Un ejemplo particularmente espectacular de corrientes parásitas en acción es la luna de Júpiter Io, que es un poco más grande que la luna de la Tierra (Fig. 29.20a). Io se desplaza rápidamente a través del intenso campo magnético de Júpiter, y esto crea fuertes corrientes parásitas en el interior de Io. Estas corrientes disipan energía a razón de 10^{12} W, ¡equivalentes a la detonación de un arma nuclear de un kilotón cada cuatro segundos en el interior de Io! Esta energía disipada contribuye a mantener caliente el interior de Io y, en consecuencia, a provocar erupciones volcánicas en su superficie, como las de la figura 29.20b. (Los efectos gravitatorios de Júpiter producen un calentamiento aún mayor).

Las corrientes parásitas tienen también efectos indeseables. En un transformador de corriente alterna, las bobinas que circundan un núcleo de hierro conducen una corriente que varía sinusoidalmente. Las corrientes parásitas que se crean en el núcleo desperdician energía por calentamiento I^2R y establecen ellas mismas una fem opuesta indeseable en las bobinas. Para reducir al máximo estos efectos, se proyecta el núcleo de modo que los caminos disponibles para las corrientes parásitas sean lo más estrechos posible. Describiremos cómo se consigue esto cuando estudiemos detenidamente los transformadores en la sección 31.6.



29.20 (a) Cuando la luna Io de Júpiter recorre su órbita, el poderoso campo magnético del planeta induce corrientes parásitas en el interior de Io. (b) Dos erupciones volcánicas simultáneas en Io, desencadenadas en parte por el calentamiento provocado por corrientes parásitas.

29.7 | Corriente de desplazamiento y ecuaciones de Maxwell

Hemos visto que un campo magnético variable da origen a un campo eléctrico inducido. En uno de los ejemplos más notables de la simetría de la naturaleza, resulta que un campo *eléctrico* variable da origen a un campo *magnético*. Este efecto tiene una importancia enorme, porque explica la existencia de las ondas de radio, los rayos gamma y la luz visible, así como de todas las demás formas de ondas electromagnéticas.

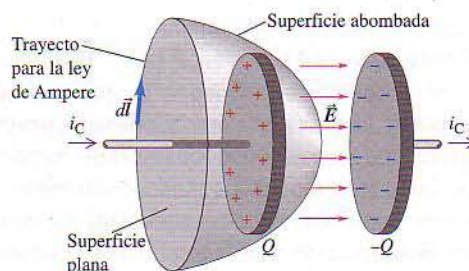
Para ver el origen de la relación entre los campos eléctricos variables y los campos magnéticos, volvamos a la ley de Ampere como se formuló en la sección 28.6 [ecuación (28.20)]:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

El problema con la ley de Ampere en esta forma es que está *incompleta*. Para ver por qué, considérese el procedimiento de carga de un capacitor (Fig. 29.21). Unos alambres conductores introducen una corriente i_C en una placa y la extraen de la otra; la carga Q aumenta, y el campo eléctrico \vec{E} entre las placas crece. La notación i_C indica corriente de *conducción*, para distinguirla de otra clase de corriente que estamos por encontrar: la llamada corriente de *desplazamiento* i_D . Empleamos i y v minúsculas para denotar valores instantáneos de corrientes y diferencias de potencial, respectivamente, que pueden variar con el tiempo.

Apliquemos la ley de Ampere al trayecto circular que se muestra. La integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ alrededor de este trayecto es igual a $\mu_0 I_{\text{enc}}$. En el caso del área circular plana delimitada por el círculo, I_{enc} es simplemente la corriente i_C en el conductor izquierdo. Pero la superficie que se abomba hacia la derecha está delimitada por el mismo círculo, y la corriente a través de esa superficie es cero. Por tanto, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ es igual a $\mu_0 I_C$, ¡y al mismo tiempo es igual a cero! Esto es una contradicción evidente.

Pero algo más ocurre en la superficie abombada. A medida que el capacitor se carga, el campo eléctrico \vec{E} y el *flujo* eléctrico Φ_E a través de la superficie aumentan. Podemos determinar su rapidez de cambio en términos de la carga y la corriente. La carga instantánea es $q = Cv$, donde C es la capacitancia y v es la diferencia de potencial instantánea. En el caso de un capacitor de placas paralelas, $C = \epsilon_0 A/d$, donde A es el área de las placas, y d , la separación. La diferencia de potencial v entre las placas es $v = Ed$, donde E es la magnitud del campo eléctrico entre las placas. (Pasamos por alto el pestañeo y suponemos que \vec{E} es uniforme en la región comprendida entre las placas). Si esta región está llena de un material de permitividad ϵ , sustituimos ϵ_0 por ϵ en todo; en la exposición que sigue utilizaremos ϵ .



29.21 Capacitor de placas paralelas en proceso de carga. La corriente de conducción a través de la superficie plana es i_C , pero no hay corriente de conducción a través de la superficie que se abomba para pasar entre las placas. Las dos superficies tienen una colindancia común, por lo que esta diferencia de I_{enc} da lugar a una contradicción aparente al aplicar la ley de Ampere.

Sustituyendo estas expresiones de C y v en $q = Cv$, podemos expresar la carga q del capacitor como

$$q = Cv = \frac{\epsilon A}{d}(Ed) = \epsilon EA = \epsilon\Phi_E \quad (29.12)$$

donde $\Phi_E = EA$ es el flujo eléctrico a través de la superficie.

A medida que el capacitor se carga, la rapidez de cambio de q es la corriente de conducción, $i_C = dq/dt$. Tomando la derivada de la ecuación (29.12) con respecto al tiempo se obtiene

$$i_C = \frac{dq}{dt} = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (29.13)$$

Ahora, con un pequeño esfuerzo de pensamiento, inventamos una corriente ficticia o pseudocorriente i_D en la región comprendida entre las placas, la cual se define como sigue:

$$i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{corriente de desplazamiento}) \quad (29.14)$$

Esto es, suponemos que el flujo cambiante a través de la superficie curva de la figura 29.21 es de algún modo equivalente, en la ley de Ampere, a una corriente de conducción a través de esa superficie. Incluimos esta corriente ficticia, junto con la corriente de conducción i_C real, en la ley de Ampere:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(i_C + i_D)_{\text{enc}} \quad (\text{ley de Ampere generalizada}) \quad (29.15)$$

La ley de Ampere en esta forma es obedecida no importa qué superficie se utilice en la figura 29.21. En el caso de la superficie plana, i_D es cero; en el de la superficie curva, i_C es cero; y la i_C correspondiente a la superficie plana es igual a la i_D de la superficie curva. La ecuación (29.15) sigue siendo válida en un material magnético, siempre y cuando la magnetización sea proporcional al campo externo y se sustituya μ_0 por μ .

La corriente ficticia i_D fue inventada en 1865 por el físico escocés James Clerk Maxwell (1831–1879), quien la llamó **corriente de desplazamiento**. Existe una *densidad de corriente de desplazamiento* $j_D = i_D/A$ correspondiente; a partir de $\Phi_E = EA$ y dividiendo la ecuación (29.14) entre A se obtiene

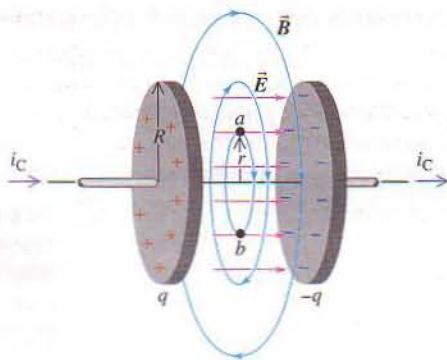
$$j_D = \epsilon \frac{dE}{dt} \quad (29.16)$$

Nos hemos sacado el concepto de la manga, tal como hizo Maxwell, pero vemos que nos permite salvar la ley de Ampere en situaciones como la de la figura 29.21.

Otra ventaja de la corriente de desplazamiento es que hace posible generalizar la regla de las uniones de Kirchhoff, analizada en la sección 26.2. Considerando la placa izquierda del capacitor, se tiene una corriente de conducción que entra en ella, pero ninguna que salga. Pero cuando se incluye la corriente de desplazamiento, se tiene una corriente de conducción que entra por un lado y una corriente de desplazamiento equivalente que sale del otro lado. Con este significado generalizado del término *corriente*, podemos hablar de una corriente que pasa a través del capacitor.

Se podría preguntar muy bien en este punto si la corriente de desplazamiento tiene algún significado físico real o si es simplemente una estrategia para satisfacer la ley de Ampere y la regla de las uniones de Kirchhoff. El siguiente es un experimento fundamental que ayuda a responder esa pregunta. Se toma un área circular plana

29.22 Un capacitor que está siendo cargado por una corriente i_C tiene una corriente de desplazamiento igual a i_C entre las placas, con una densidad de corriente de desplazamiento $j_D = \epsilon dE/dt$. Ésta se puede considerar como la fuente del campo magnético entre las placas.



entre las placas del capacitor, como se muestra en la figura 29.22. Si la corriente de desplazamiento juega de verdad en la ley de Ampere el papel que hemos afirmado, por esto debe haber un campo magnético en la región comprendida entre las placas mientras se carga el capacitor. Podemos aplicar nuestra ley de Ampere generalizada, que incluye la corriente de desplazamiento, para predecir cuál debe ser este campo.

Para ser específicos, representémosnos placas de capacitor redondas de radio R . Para hallar el campo magnético en un punto de la región entre las placas a una distancia r del eje, se aplica la ley de Ampere a un círculo de radio r que pasa por el punto, con $r < R$. Este círculo pasa por los puntos a y b de la figura 29.22. La corriente total encerrada por el círculo es j_D multiplicada por su área, esto es, $(j_D/\pi R^2)(\pi r^2)$. La integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ de la ley de Ampere es simplemente el producto de B por la circunferencia $2\pi r$ del círculo y, puesto que $i_D = i_C$ en el capacitor en proceso de carga, la ley de Ampere se convierte en

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} i_C$$

o

$$B = \frac{\mu_0 r}{2\pi R^2} i_C \quad (29.17)$$

Este resultado predice que en la región entre las placas \vec{B} es cero en el eje y aumenta de forma lineal con la distancia respecto al eje. Un cálculo análogo muestra que *afuera* de la región comprendida entre las placas (es decir, si $r > R$), \vec{B} es el mismo que si el alambre fuera continuo y las placas no estuviesen presentes.

Cuando se *mide* el campo magnético en esta región, se encuentra que realmente está ahí, y que se comporta exactamente como lo predice la ecuación (29.17). Esto confirma de manera directa el papel de la corriente de desplazamiento como fuente de campo magnético. Con esto queda establecido, más allá de toda duda razonable, que la corriente de desplazamiento, lejos de ser un simple artificio, es un hecho fundamental de la naturaleza. El descubrimiento de Maxwell fue un paso audaz de un genio extraordinario.

Ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo

Ahora estamos listos para reunir en un solo paquete *todas* las relaciones entre los campos eléctricos y magnéticos y sus fuentes. Este paquete se compone de cuatro ecuaciones, conocidas como las **ecuaciones de Maxwell**. Maxwell no descubrió todas estas ecuaciones por sí solo (aunque sí ideó el concepto de corriente de desplazamiento), sino que las juntó y reconoció su importancia, en particular para predecir la existencia de las ondas electromagnéticas.

Por ahora enunciaremos las ecuaciones de Maxwell en su forma más simple, con respecto al caso en el que se tienen cargas y corrientes en un espacio que por lo demás está vacío. En el capítulo 32 estudiaremos cómo se modifican estas ecuaciones si está presente un material dieléctrico o magnético.

En dos de las ecuaciones de Maxwell interviene una integral de \vec{E} o \vec{B} sobre una superficie cerrada. La primera es simplemente la ley de Gauss de los campos eléctricos [ecuación (22.8)], la cual establece que la integral de superficie de E_{\perp} sobre cualquier superficie cerrada es igual al producto de $1/\epsilon_0$ por la carga total Q_{enc} encerrada dentro de la superficie:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (\text{ley de Gauss de } \vec{E}) \quad (29.18)$$

La segunda es la relación análoga correspondiente a campos *magnéticos* [ecuación (27.8)], la cual establece que la integral de superficie de B_{\perp} sobre cualquier superficie cerrada siempre es cero:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{ley de Gauss de } \vec{B}) \quad (29.19)$$

Este enunciado significa que, entre otras cosas, no existen monopolos magnéticos (cargas magnéticas individuales) que actúen como fuentes de campo magnético.

La tercera ecuación es la ley de Ampere que incluye la corriente de desplazamiento. Esta ley establece que tanto la corriente de conducción i_C como la corriente de desplazamiento $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$, donde Φ_E es el flujo eléctrico, actúan como fuentes de campo magnético:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{enc}} \quad (\text{ley de Ampere}) \quad (29.20)$$

La cuarta y última ecuación es la ley de Faraday; establece que un campo magnético cambiante o un flujo magnético induce un campo eléctrico:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{ley de Faraday}) \quad (29.21)$$

Si hay un flujo magnético cambiante, la integral de línea de la ecuación (29.21) no es cero, lo que indica que el campo \vec{E} originado por un flujo magnético cambiante no es conservativo. Recuerde que esta integral de línea se debe llevar a cabo sobre un trayecto cerrado *constante*.

Vale la pena examinar con más detenimiento el campo eléctrico \vec{E} y su papel en las ecuaciones de Maxwell. En general, el campo total \vec{E} en un punto del espacio puede ser la sobreposición de un campo electrostático \vec{E}_c originado por una distribución de cargas en reposo y un campo no electrostático \vec{E}_n inducido por medios magnéticos. (El subíndice *c* significa Coulomb o conservativo; el subíndice *n* indica no Coulomb, no electrostático o no conservativo). Es decir,

$$\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_n$$

La parte electrostática \vec{E}_c *siempre* es conservativa; por tanto, $\oint \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = 0$. Esta parte conservativa del campo no contribuye a la integral de la ley de Faraday, por lo que se puede tomar \vec{E} de la ecuación (29.21) como el campo eléctrico *total* \vec{E} , que incluye tanto la parte \vec{E}_c debida a cargas y la parte inducida magnéticamente \vec{E}_n . De modo análogo, la parte no conservativa \vec{E}_n del campo \vec{E} no contribuye a la integral de la ley de Gauss, porque esta parte del campo no se debe a cargas está-

ticas. Por tanto, $\oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A}$ siempre es cero. Se concluye que en todas las ecuaciones de Maxwell \vec{E} es el campo eléctrico *total*; estas ecuaciones no hacen distinción entre los campos conservativos y los no conservativos.

Existe una notable simetría en las cuatro ecuaciones de Maxwell. En el espacio vacío, donde no hay cargas, las primeras dos ecuaciones [ecuación (29.18) y ecuación (29.19)] tienen idéntica forma, una con \vec{E} y la otra con \vec{B} . Cuando se comparan las otras dos ecuaciones, la ecuación (29.20) afirma que un flujo eléctrico cambiante origina un campo magnético, y la ecuación (29.21), que un flujo magnético cambiante origina un campo eléctrico. En el espacio vacío, donde no hay corriente de conducción, $i_c = 0$ y las dos ecuaciones tienen la misma forma, aparte de una constante numérica y un signo negativo, con los papeles de \vec{E} y \vec{B} intercambiados en las dos ecuaciones.

Podemos escribir de nuevo las ecuaciones (29.20) y (29.21) de una forma diferente, aunque equivalente, introduciendo las definiciones de flujo eléctrico y magnético: $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ y $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$, respectivamente. En el espacio vacío, donde no hay ni cargas ni corriente de conducción, $i_c = 0$ y $Q_{enc} = 0$, se tiene lo siguiente:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (29.22)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (29.23)$$

Se advierte una vez más la simetría entre los papeles de \vec{E} y \vec{B} en estas expresiones.

El rasgo más notable de estas ecuaciones es que un campo que varía con el tiempo, de una u otra clase, induce un campo de la otra clase en regiones próximas del espacio. Maxwell reconoció que estas relaciones predicen la existencia de perturbaciones electromagnéticas consistentes en campos eléctricos y magnéticos que varían con el tiempo y que viajan o se *propagan* de una región del espacio a otra, aunque no haya materia presente en el espacio intermedio. Estas perturbaciones, llamadas *ondas electromagnéticas*, constituyen la base física de la luz, las ondas de radio y televisión, el infrarrojo, el ultravioleta, los rayos X y el resto del espectro electromagnético. Regresaremos a este tema de vital importancia en el capítulo 32.

Aunque quizá no resulte obvio, las ecuaciones de Maxwell contienen *todas* las relaciones básicas entre los campos y sus fuentes. La ley de Coulomb se deduce de la ley de Gauss, la ley de Biot y Savart se deduce de la ley de Ampere, y así sucesivamente. Si se agrega la ecuación que define los campos \vec{E} y \vec{B} en términos de las fuerzas que ejercen sobre una carga q , a saber,

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (29.24)$$

¡se tienen *todas* las relaciones fundamentales del electromagnetismo!

Por último, conviene advertir que las ecuaciones de Maxwell tendrían una simetría aún mayor entre los campos \vec{E} y \vec{B} si existiesen cargas magnéticas individuales (monopolos magnéticos). El lado derecho de la ecuación (29.19) contendría la carga *magnética* total encerrada por la superficie, y el lado derecho de la ecuación (29.21) incluiría un término de corriente de monopolos magnéticos. Quizá esto nos da una idea inicial de por qué algunos físicos desearían que existiesen monopolos magnéticos, pues contribuirían a perfeccionar la poesía matemática de las ecuaciones de Maxwell.

El descubrimiento de que el electromagnetismo se puede sintetizar de un modo tan pulcro y elegante es muy satisfactorio. En términos de concisión y generalidad, las ecuaciones de Maxwell pertenecen a la misma categoría que las leyes de

Newton del movimiento y las leyes de la termodinámica. De hecho, uno de los objetivos principales de la ciencia es aprender a expresar relaciones muy amplias y generales de una forma concisa y compacta. La síntesis de Maxwell del electromagnetismo representa un logro intelectual imponente, comparable con la síntesis de Newton que describimos al final de la sección 12.5, y al descubrimiento de la relatividad y de la mecánica cuántica en el siglo xx.

Evalúe su comprensión

¿Cuál de las ecuaciones de Maxwell explica el funcionamiento de un lector de tarjetas de crédito? ¿Cuál de ellas describe cómo origina un campo magnético un alambre que conduce una corriente estable?

*29.8 | Superconductividad

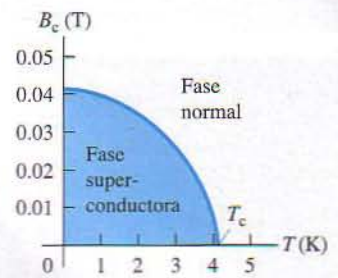
La propiedad más conocida de un superconductor es la desaparición repentina de toda resistencia eléctrica cuando se enfría el material por debajo de una temperatura conocida como *temperatura crítica*, que se denota con T_c . Analizamos este comportamiento y las circunstancias de su descubrimiento en la sección 25.2. Pero la superconductividad es muchísimo más que la simple ausencia de una resistencia mensurable. Los superconductores también tienen unas propiedades *magnéticas* extraordinarias. Exploraremos algunas de esas propiedades en esta sección.

El primer indicio de propiedades magnéticas fuera de lo común fue el descubrimiento de que la temperatura crítica de cualquier material superconductor cambia cuando se coloca el material en un campo magnético \vec{B}_0 generado externamente. La figura 29.23 muestra esta dependencia en el caso del mercurio, el primer elemento en el que se observó superconductividad. A medida que la magnitud B_0 del campo externo aumenta, la transición superconductora se presenta a una temperatura cada vez más baja. Cuando B_0 es mayor que 0.0412 T, no se presenta transición superconductora. La magnitud mínima del campo magnético que se necesita para eliminar la superconductividad a una temperatura por debajo de T_c recibe el nombre de *campo crítico*, y se denota con B_c .

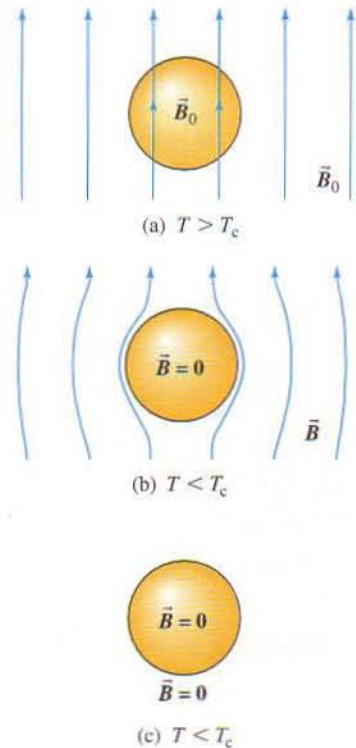
Otro aspecto del comportamiento magnético de los superconductores se manifiesta si se coloca una esfera homogénea de un material superconductor en un campo magnético aplicado uniforme \vec{B}_0 a una temperatura T mayor que T_c . Por tanto, el material se halla en la fase normal, no en la fase superconductora. El campo es como se muestra en la figura 29.24a. A continuación se reduce la temperatura hasta que ocurre la transición superconductora. (Suponemos que la magnitud de \vec{B}_0 no es suficientemente grande para impedir la transición de fase). ¿Qué le ocurre al campo?

Las mediciones del campo afuera de la esfera muestran que las líneas de campo se deforman como en la figura 29.24b. Ya no hay campo alguno en el interior del material, salvo posiblemente en una capa superficial muy fina de alrededor de cien átomos de espesor. Si se envuelve la esfera en una bobina, la fem inducida en la bobina muestra que durante la transición superconductora el flujo magnético a través de la bobina disminuye de su valor inicial a cero; esto es congruente con la ausencia de campo en el interior del material. Por último, si ahora se elimina el campo mientras el material se halla todavía en su fase superconductora, no se induce fem alguna en la bobina, y las mediciones muestran que no hay campo afuera de la esfera (Fig. 29.24c).

La conclusión es que durante una transición superconductora en presencia del campo \vec{B}_0 , todo el flujo magnético es expulsado del volumen de la esfera, y el flujo magnético Φ_B a través de la bobina se reduce a cero. Esta expulsión de flujo magnético se conoce como el *efecto Meissner*. Como se muestra en la figura



29.23 Diagrama de fases del mercurio puro, donde se muestra el campo magnético crítico \vec{B}_c , y su dependencia respecto a la temperatura. La superconductividad es imposible arriba de la temperatura crítica T_c . Las curvas de otros materiales conductores son similares, aunque con valores numéricos diferentes.



29.24 (a) Cuando un material superconductor arriba de la temperatura crítica se coloca en un campo magnético externo \vec{B}_0 , el campo en el interior del material es casi igual a \vec{B}_0 . (b) A medida que el material se enfría más abajo de la temperatura crítica T_c y se torna superconductor, el flujo magnético es expulsado del material, y el campo en el interior de éste se reduce a cero. (c) Cuando se elimina el campo externo con el material en la fase superconductora, el campo es cero en todas partes; no hay cambio de flujo magnético en el material.



29.25 Un superconductor (la plancha negra) ejerce una fuerza de repulsión sobre un imán (el cilindro metálico) y lo sostiene en el aire.

29.24b, esta expulsión aglomera las líneas de campo magnético a los lados de la esfera y aumenta \vec{B} en esa región.

La naturaleza diamagnética de los superconductores tiene ciertas consecuencias *mecánicas* interesantes. Un material paramagnético o ferromagnético es atraído por un imán permanente porque los dipolos magnéticos del material se alinean con el campo magnético no uniforme del imán permanente. (Analicamos este fenómeno en la sección 27.7). En el caso de los materiales diamagnéticos la magnetización ocurre en el sentido opuesto, y estos materiales son *repelidos* por un imán permanente. Por la tercera ley de Newton el imán también es repelido por el material diamagnético. La figura 29.25 muestra la repulsión entre un espécimen de un superconductor de alta temperatura y un imán; esta fuerza magnética de repulsión sostiene (“hace levitar”) el imán.

El comportamiento que hemos descrito es característico de los llamados *superconductores de tipo I*. Existe otra clase de materiales superconductores conocidos como *superconductores de tipo II*. Cuando se coloca uno de estos materiales en fase superconductor en un campo magnético, el grueso del material sigue siendo superconductor, pero unos filamentos finos del material, que se extienden paralelos al campo, pueden regresar a la fase normal. En estas condiciones circulan corrientes en torno a los lindes de estos filamentos, y *hay* flujo magnético en su interior. Los superconductores de tipo II se utilizan para fabricar electroimanes porque normalmente tienen valores mucho más grandes de B_c que los materiales de tipo I, y esto permite campos magnéticos mucho mayores sin que se destruya el estado superconductor. Los superconductores de tipo II tienen *dos* campos magnéticos críticos; el primero, B_{c1} , es el campo en el que comienza a entrar flujo magnético en el material y se forman los filamentos que hemos descrito, y el segundo, B_{c2} , es el campo en el que el material regresa a la normalidad.

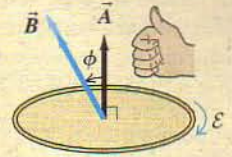
Actualmente se trabaja en muchas aplicaciones importantes y emocionantes de los superconductores. Desde hace varios años se utilizan electroimanes superconductores en laboratorios de investigación. Sus ventajas en comparación con los electroimanes convencionales incluyen mayor eficiencia, volúmenes más compactos y magnitudes de campo más grandes. Una vez que se establece una corriente en la bobina de un electroimán superconductor, no es necesario alimentar más potencia porque no hay pérdidas de energía por resistencia. Además, las bobinas pueden ser más compactas porque no hay necesidad de incluir canales para la circulación de fluidos de enfriamiento. Los imanes superconductores alcanzan rutinariamente campos estables del orden de 10 T, mucho mayores que los campos máximos disponibles con electroimanes ordinarios.

Los superconductores resultan atractivos para la transmisión de energía eléctrica a grandes distancias y en dispositivos de conversión de energía como generadores, motores y transformadores. Se pueden hacer mediciones muy finas de campos magnéticos con dispositivos superconductores de interferencia cuántica (SQUID; *superconducting quantum interference devices*), capaces de detectar cambios de flujo magnético de menos de 10^{-14} Wb; estos dispositivos tienen aplicaciones en medicina, geología y otros campos. El número de usos potenciales de los superconductores ha crecido considerablemente a partir del descubrimiento en 1987 de superconductores de alta temperatura. Estos materiales tienen temperaturas críticas por encima de la temperatura del nitrógeno líquido (alrededor de 77 K), que son relativamente fáciles de alcanzar. El perfeccionamiento de aplicaciones prácticas de la ciencia de los superconductores promete ser un capítulo emocionante de la tecnología contemporánea.

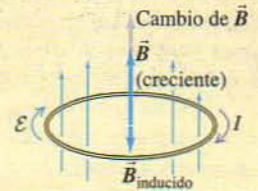
RESUMEN

La ley de Faraday establece que la fem inducida en una espira cerrada es igual al negativo de la rapidez de cambio con respecto al tiempo del flujo magnético a través de la espira. Esta relación es válida ya sea que el flujo de cambio se deba a un campo magnético cambiante, al movimiento de la espira o a ambas cosas. (Véanse los ejemplos del 29.1 al 29.7).

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (29.3)$$



La ley de Lenz establece que una corriente o fem inducida siempre tiende a oponerse a, o a cancelar el cambio que la generó. La ley de Lenz se deduce de la ley de Faraday, y suele ser más fácil de utilizar. (Véanse los ejemplos 29.8 y 29.9).



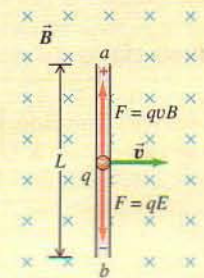
Si un conductor se mueve en un campo magnético, se induce una fem de movimiento. (Véanse los ejemplos 29.10 y 29.11).

$$\mathcal{E} = vBL \quad (29.6)$$

(un conductor de longitud L se traslada en un campo uniforme \vec{B} ; \vec{L} y \vec{v} perpendiculares a \vec{B} y uno respecto al otro)

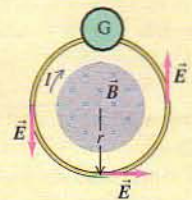
$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (29.7)$$

(la totalidad o parte de una espira cerrada se traslada en un campo \vec{B})



Cuando un flujo magnético cambiante a través de un conductor fijo induce una fem, existe un campo eléctrico inducido \vec{E} de origen no electrostático. Este campo es no conservativo, y no se puede asociar con un potencial. (Véase el ejemplo 29.12).

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (29.10)$$



Cuando un objeto voluminoso de material conductor, como un metal, se encuentra en un campo magnético o se traslada a través de un campo, se inducen corrientes parásitas en el volumen del material.



Un campo eléctrico que varía con el tiempo genera una corriente de desplazamiento i_D , la cual actúa como fuente de campo magnético exactamente del mismo modo que una corriente de conducción.

$$i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (29.14)$$

(Corriente de desplazamiento)

Las relaciones entre los campos eléctricos y magnéticos y sus fuentes se pueden expresar de forma compacta en cuatro ecuaciones, conocidas como ecuaciones de Maxwell. En conjunto, estas ecuaciones constituyen una base completa de la relación de los campos \vec{E} y \vec{B} con sus fuentes.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (29.18)$$

(Ley de Gauss de campos \vec{E})

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (29.19)$$

(Ley de Gauss de campos \vec{B})

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{enc}} \quad (29.20)$$

(Ley de Ampere que incluye la corriente de desplazamiento)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (29.21)$$

(Ley de Faraday)

Términos clave

campo eléctrico inducido, 1124
 campo no electrostático, 1125
 corriente de desplazamiento, 1129
 corriente inducida, 1106

corrientes parásitas, 1126
 ecuaciones de Maxwell, 1130
 fem inducida, 1106
 fuerza electromotriz de movimiento, 1121

ley de Faraday de la inducción, 1109
 ley de Lenz, 1118

Notas

Respuesta a la pregunta inicial del capítulo

Para inducir una fem en los circuitos del lector de tarjetas, la banda magnetizada de la tarjeta de crédito debe deslizarse al lado de los circuitos. Si no hay movimiento, no se induce una fem ni una corriente, y no se lee la información de la tarjeta.

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

Sección 29.2 La dirección de la fem inducida se invertiría (en sentido contrario a las manecillas del reloj, vista en la dirección de \vec{A}) y la magnitud sería $(0.300)/(0.200)$ veces más grande: $\mathcal{E} = -0.653$ V.

Sección 29.3 Ahora el área de la espira y el flujo magnético disminuyen. La corriente inducida fluiría en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del circuito para generar un campo magnético que se opone a esta disminución.

Sección 29.4 Obtendrá la máxima fem de movimiento si sostiene la barra verticalmente, de modo que su largo sea perpendicular tanto al campo magnético como a la dirección de movimiento. Con esta orientación, \vec{L} es paralelo a $\vec{v} \times \vec{B}$. Si sostiene la barra en posición horizontal, \vec{L} será perpendicular a $\vec{v} \times \vec{B}$ y no se inducirá una fem. Si camina hacia el norte o hacia el sur, $\vec{v} \times \vec{B} = 0$ y no se inducirá una fem con ninguna orientación de la barra.

Sección 29.5 Sí, porque el campo magnético en una posición fija cambia cuando el imán se traslada. Estos campos eléctricos inducidos son *no* conservativos.

Sección 29.7 La ley de Faraday [ecuación (29.21)] explica el funcionamiento de un lector de tarjetas de crédito (véase la fotografía inicial del capítulo). La ley de Ampere [ecuación (29.20)] describe cómo dan origen a campos magnéticos las corrientes de toda clase (tanto corrientes de conducción como corrientes de desplazamiento).

Preguntas para análisis

P29.1 Se coloca una lámina de cobre entre los polos de un electroimán con el campo magnético perpendicular a la lámina. Cuando se tira de la lámina hacia afuera, se requiere una fuerza considerable, la cual aumenta con la rapidez. Explique este fenómeno.

P29.2 En la figura 29.7, si se duplica la rapidez angular ω de la espira, por tanto la frecuencia con que la corriente inducida cambia de sentido también se duplica, al igual que la fem máxima. ¿Por qué? ¿Cambia el momento de torsión necesario para hacer girar la espira? Explique su respuesta.

P29.3 Dos espiras circulares yacen una al lado de la otra en el mismo plano. Una de ellas está conectada a una fuente que suministra una corriente creciente; la otra es un simple anillo cerrado. ¿Es el sentido de la corriente inducida en el anillo el mismo que en la espira conectada a la fuente, o es opuesto? ¿Y si la corriente en la primera espira está disminuyendo? Explique su respuesta.

P29.4 Un agricultor afirma que las líneas de transmisión de alto voltaje que se extienden paralelas a su cerca inducen voltajes peligrosamente grandes en la cerca. ¿Es posible que ocurra algo así? Explique su respuesta. (Las líneas transportan corriente alterna que cambia de sentido 120 veces cada segundo).

P29.5 Un conductor recto y largo pasa por el centro de un anillo metálico perpendicular a su plano. Si aumenta la corriente en el conductor, ¿se induce una corriente en el anillo? Explique su respuesta.

P29.6 Una estudiante afirma que si se deja caer un imán permanente por un tubo vertical de cobre, el imán alcanza tarde o temprano una velocidad terminal, aunque no exista resistencia del aire. ¿Por qué tendría que ser así? ¿O debe ser así?

P29.7 Un avión vuela horizontalmente sobre la Antártida, donde la dirección del campo magnético de la Tierra es principalmente hacia arriba, alejándose del suelo (véase la figura 27.3). Vista por un pasajero que mira hacia el frente del avión, ¿cuál extremo del ala, el derecho o el izquierdo, está al potencial más alto? ¿Depende su respuesta de la dirección en la que vuela el avión?

P29.8 Considere la barra en movimiento de la figura 29.14a. Si la carga q de los portadores de carga del interior de la barra fuese negativa en vez de positiva, ¿cómo influiría esto en la dirección de las fuerzas eléctricas y magnéticas que actúan sobre estos portadores de carga? ¿Influiría esto en el signo de la diferencia de potencial V_{ab} o en el signo de la fem de movimiento? Explique su respuesta.

P29.9 Una espira conductora cuadrada se encuentra en una región de campo magnético uniforme y constante. ¿Se puede hacer girar la espira en torno a un eje a lo largo de uno de los lados sin que se induzca una fem en la espira? Analice esta situación en términos de la orientación del eje de rotación respecto a la dirección del campo magnético.

P29.10 En el ejemplo 29.7 se analiza la fuerza externa que se debe aplicar al conductor corredizo para que éste se desplace con rapidez constante. Si hubiese una interrupción en el extremo izquierdo del conductor con forma de U, ¿cuánta fuerza se necesitaría para mover el conductor corredizo con rapidez constante? Al igual que en el ejemplo, no tenga en cuenta la fricción.

P29.11 En la situación que se muestra en la figura 29.16, ¿sería apropiado preguntar cuánta *energía* gana un electrón durante un recorrido completo alrededor de la espira de alambre con la corriente I ? ¿Sería apropiado preguntar a través de qué *diferencia de potencial* se traslada el electrón durante este recorrido completo? Explique sus respuestas.

P29.12 Un estudiante de su grupo, que lee este capítulo apresuradamente, escribe la ley de Faraday [ecuación (29.21)] con $+d\Phi_B/dt$ en el lado derecho en vez de $-d\Phi_B/dt$. Si ésta fuese en efecto la forma de la ley de Faraday, ¿cuál sería la dirección de la fuerza magnética sobre el conductor deslizante del ejemplo 29.7 (sección 29.2)? ¿Se conservaría la energía? ¿De qué modo nos indica este argumento que el lado derecho de la ecuación debe ser $-d\Phi_B/dt$ y no $+d\Phi_B/dt$?

P29.13 ¿Se puede tener una corriente de desplazamiento además de una corriente de conducción dentro de un conductor? Explique su respuesta.

P29.14 Su compañero de estudio de física le pide considerar un capacitor de placas paralelas en el que el volumen entre las placas está ocupado totalmente por un dieléctrico, y luego afirma que las ecuaciones (29.13) y (29.14) demuestran que la corriente de conducción en el dieléctrico es igual a la corriente de desplazamiento en el dieléctrico. ¿Está usted de acuerdo? Explique su respuesta.

P29.15 Relacione los enunciados matemáticos de las ecuaciones de Maxwell como aparecen en la sección 29.7 con estos enunciados verbales. a) Se originan de manera evidente líneas de campo eléctrico cerradas sólo alterando el flujo magnético. b) Se originan líneas de campo magnético cerradas tanto por el movimiento de una carga eléctrica como alterando el flujo eléctrico. c) Las líneas de campo eléctrico pueden comenzar en cargas positivas y terminar en

cargas negativas. d) Es evidente que no existen monopolos magnéticos en los cuales puedan comenzar y terminar líneas de campo magnético.

P29.16 Si existiesen monopolos magnéticos, el lado derecho de la ecuación (29.21) incluiría un término proporcional a la corriente de los monopolos magnéticos. Suponga que una corriente de monopolos estable se desplaza a lo largo de un alambre recto y largo. Dibuje las líneas de campo eléctrico que crearía una corriente de esta índole.

P29.17 Si existiesen monopolos magnéticos, el lado derecho de la ecuación (29.19) sería proporcional a la carga magnética encerrada total. Suponga que se tiene una línea infinita de monopolos magnéticos sobre el eje de las x . Dibuje las líneas de campo magnético que esta línea de monopolos crearía.

Ejercicios

Sección 29.2 Ley de Faraday

29.1 Una bobina rectangular con devanado compacto de 80 espiras tiene dimensiones de 25.0 cm \times 40.0 cm. Se hace girar el plano de la bobina, en 0.0600 s, de una posición donde forma un ángulo de 37.0° con un campo magnético de 1.10 T, a una posición perpendicular al campo. ¿Cuál es la fem promedio inducida en la bobina?

29.2 En un experimento de laboratorio de física, se hace girar una bobina con 200 espiras que encierra un área de 12 cm², en 0.040 s, de una posición donde su plano es perpendicular al campo magnético terrestre a una donde su plano es paralelo al campo. El campo magnético de la Tierra en el lugar donde está el laboratorio es de 6.0×10^{-5} T. a) ¿Cuál es el flujo magnético total a través de la bobina cuando aún no ha girado? ¿Y después que ha girado? b) ¿Cuál es la fem promedio inducida en la bobina?

29.3 Bobina exploradora y tarjetas de crédito. a) Deduzca la ecuación que relaciona la carga total Q que fluye por una bobina exploradora (ejemplo conceptual 29.3 en la sección 29.2) con la magnitud del campo magnético B . La bobina exploradora tiene N espiras, cada una con un área A , y el flujo a través de la bobina disminuye de su valor máximo inicial a cero en un tiempo Δt . La resistencia de la bobina es R , y la carga total es $Q = I\Delta t$, donde I es la corriente promedio inducida por el cambio de flujo. b) En un lector de tarjetas de crédito, la banda magnética del reverso de una tarjeta se hace pasar rápidamente junto a una bobina que está adentro del lector. Explique, con base en las ideas en las que se fundamenta el funcionamiento de una bobina exploradora, cómo decodifica el lector la información guardada en el patrón de magnetización de la banda. c) ¿Es necesario que se haga pasar la tarjeta de crédito a través del lector exactamente con la rapidez correcta? ¿Por qué?

29.4 El área de sección transversal de una bobina exploradora con devanado compacto (ejercicio 29.3) de 90 espiras es de 2.20 cm², y su resistencia es de 6.80 Ω . La bobina se conecta, mediante conductores de resistencia insignificante, a un instrumento medidor de carga con una resistencia interna de 12.0 Ω . Halle la cantidad de carga que se desplaza cuando se saca rápidamente la bobina de una región donde $B = 2.05$ T a un punto donde el campo magnético es cero. El plano de la bobina, cuando está en el campo, forma un ángulo de 90° con el campo magnético.

29.5 Una bobina exploradora con devanado compacto (ejercicio 29.3) tiene un área de 3.20 cm², 120 espiras y una resistencia de 60.0 Ω . Está conectada a un instrumento medidor de carga cuya re-

sistencia interna es de 45.0 Ω . Cuando se hace girar rápidamente la bobina de una posición paralela a un campo magnético uniforme a una perpendicular al campo, el instrumento indica una carga de 3.56×10^{-5} C. ¿Cuál es la magnitud del campo?

29.6 Se coloca una bobina de 4.00 cm de radio con 500 espiras en un campo magnético uniforme que varía con el tiempo según $B = (0.0120 \text{ T/s})t + (3.00 \times 10^{-5}) \text{ T/s}^4 t^4$. La bobina está conectada a un resistor de 600 Ω , y su plano es perpendicular al campo magnético. No tenga en cuenta la resistencia de la bobina. a) Halle la magnitud de la fem inducida en la bobina en función del tiempo. b) ¿Cuál es la corriente en el resistor en el tiempo $t = 5.00$ s?

29.7 Una bobina con devanado compacto, N vueltas y área de sección transversal A yace en el plano xy . Se coloca la bobina en un campo magnético uniforme pero dependiente del tiempo $\vec{B} = B_z(t)\hat{k}$. En este caso $B_z(t)$ es igual a 0 cuando $t \leq 0$, a $B_0[1 - \cos(2\pi t/T)]$ cuando $0 < t < T$, y a cero cuando $t \geq T$; B_0 es una constante positiva. a) Halle la fem inducida en la bobina en función del tiempo. b) ¿En qué tiempo o tiempos t , en su caso, en el intervalo de $0 < t < T$ es la fem inducida igual a cero? c) ¿En que tiempo o tiempos t en el intervalo de $0 < t < T$ alcanza el valor absoluto de la fem inducida un máximo, y cuál es ese valor máximo? d) Vista por un observador sobre el eje de las z positivo que mira hacia atrás hacia la bobina, en qué tiempos tiene la fem inducida el sentido de las manecillas del reloj? ¿En qué tiempos tiene el sentido contrario?

29.8 Una espira circular plana de acero de 75 cm de radio está en reposo en un campo magnético uniforme, como se muestra en una vista de canto en la figura 29.26. El campo cambia con el tiempo según $B(t) = (1.4 \text{ T})e^{-(0.057s^{-1})t}$. a) Encuentre la fem inducida en la espira en función del tiempo.

b) ¿Cuándo es la fem inducida igual a $\frac{1}{10}$ de su valor inicial? c) Encuentre el sentido de la corriente inducida en la espira, vista desde arriba de la espira.

29.9 Espira que se encoge. Una espira circular de alambre flexible de hierro tiene una circunferencia inicial de 165.0 cm, pero ésta disminuye con una rapidez constante de 12.0 cm/s debido a una fuerza tangencial que tira del alambre. La espira está en un

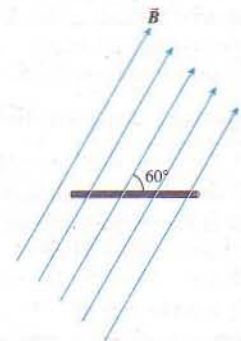


Figura 29.26 Ejercicio 29.8.

campo magnético uniforme y constante, orientado perpendicularmente al plano de la espira y cuya magnitud es de 0.500 T. a) Proporcione la fem inducida en la espira en el instante en que han transcurrido 9.0 s. b) Encuentre el sentido de la corriente inducida en la espira, vista a lo largo de la dirección del campo magnético.

29.10 Una espira circular de alambre con un radio de 12.0 cm y orientado en el plano xy horizontal está situado en una región de campo magnético uniforme. El campo de 1.5 T está dirigido a lo largo de la dirección z positiva, que es hacia arriba. a) Si se saca la espira de la región del campo en un intervalo de tiempo de 2.0×10^{-3} s, encuentre la fem promedio que se inducirá en la espira de alambre durante la extracción. b) Si se observa la bobina mirando sobre ella desde arriba, ¿fluye la corriente inducida en la espira en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario?

29.11 Una espira cuadrada de cobre de 10.0 cm por lado está situada en una región de campo magnético cambiante. La dirección del campo magnético forma un ángulo de 37° con el plano de la espira. El campo cambiante con el tiempo presenta la siguiente dependencia respecto al tiempo: $B(t) = 0.10 \text{ T} + (1.00 \times 10^{-5} \text{ T/s})t$. Determine la fem inducida en la espira de cobre en los tiempos $t > 0$.

29.12 Fuerza contraelectromotriz. Un motor con una configuración de escobillas y conmutador, como se describe en el ejemplo 29.5 (sección 29.2) tiene una bobina circular con un radio de 2.5 cm y 150 espiras de alambre. La magnitud del campo magnético es de 0.060 T y la bobina gira a 440 rev/min. a) ¿Cuál es la fem máxima inducida en la bobina? b) ¿Cuál es la fuerza contraelectromotriz promedio?

29.13 Si se incrementa la rapidez de rotación del motor del ejemplo 29.5 (sección 29.2) a 3360 rpm, ¿cuál es la fuerza contraelectromotriz promedio del motor?

29.14 El inducido de un generador pequeño consiste en una bobina cuadrada plana con 120 espiras y lados de 1.60 cm de longitud. La bobina gira en un campo magnético de 0.0750 T. ¿Cuál es la rapidez angular de la bobina si la fem máxima que se genera es de 24.0 mV?

Sección 29.3 Ley de Lenz

29.15 Dibuje de nuevo la figura 29.12 del ejemplo conceptual 29.9 (sección 29.3) con respecto al caso en el que el campo magnético hacia arriba *disminuye*.

29.16 Una espira circular de alambre está en una región de campo magnético uniforme en el espacio, como se muestra en la figura 29.27. El campo magnético se dirige hacia el plano de la figura. Determine el sentido (el de las manecillas del reloj o el contrario) de la corriente inducida en la espira cuando a) B aumenta; b) B disminuye; c) B tiene un valor constante B_0 . Explique su razonamiento.

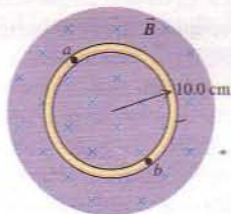


Figura 29.27 Ejercicios 29.16, 29.29 y problema 29.48.

29.17 Con base en la ley de Lenz, determine el sentido de la corriente en el resistor ab de la figura 29.28 cuando a) se abre el interruptor S después de haber estado cerrado varios minutos; b) se acerca la bobina B a la bobina A con el interruptor cerrado; c) se reduce la resistencia de R mientras el interruptor permanece cerrado.

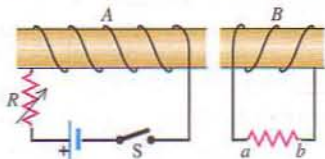


Figura 29.28 Ejercicio 29.17.

29.18 Se envuelve un tubo de cartón con dos devanados de alambre aislado enrollado en sentidos opuestos, como se muestra en la figura 29.29. Los bornes a y b del devanado A se pueden conectar a una batería por medio de un interruptor inversor. Indique si la corriente inducida en el resistor R fluye de izquierda a derecha o de derecha a izquierda en las circunstancias siguientes: a) la corriente del devanado A fluye de a a b y está aumentando; b) la corriente del devanado

A fluye de b a a y está disminuyendo; c) la corriente del devanado A fluye de b a a y está aumentando.

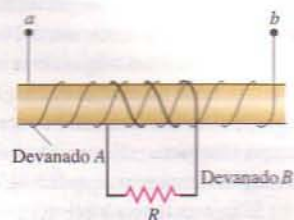


Figura 29.29 Ejercicio 29.18.

29.19 Un pequeño anillo circular está adentro de una espira más grande que está conectada a una batería y un interruptor, como se muestra en la figura 29.30. Aplique la ley de Lenz para hallar el sentido de la corriente inducida en el anillo pequeño

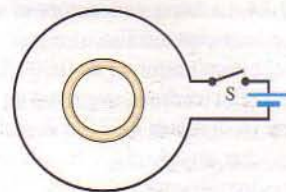


Figura 29.30 Ejercicio 29.19.

a) inmediatamente después de cerrar el interruptor S ; b) cuando el interruptor S ha permanecido cerrado mucho tiempo; c) inmediatamente después de abrir de nuevo S luego de haber estado cerrado mucho tiempo.

29.20 Se jala hacia la derecha de una barra metálica de 1.50 m de largo, a 5.0 m/s constantes en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de 0.750 T. La barra corre sobre dos rieles metálicos paralelos conectados a través de un resistor de 25.0 Ω , como se muestra en la figura 29.31, de modo que el aparato forma un circuito completo. No tenga en cuenta la resistencia de la barra ni de los rieles. a) Calcule la magnitud de la fem inducida en el circuito. b) Halle el sentido de la corriente inducida en el circuito i) con base en la fuerza magnética sobre las cargas de la barra móvil, ii) con base en la ley de Faraday; iii) con base en la ley de Lenz. c) Calcule la corriente a través del resistor.

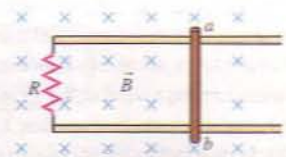


Figura 29.31 Ejercicio 29.20 y problema 29.64.

Sección 29.4 Fuerza electromotriz de movimiento

29.21 Con respecto a la ecuación (29.6), demuestre que si v está en metros por segundo, B , en tesla, y L , en metros, en estos términos las unidades del lado derecho de la ecuación son joule por coulomb o volt (las unidades SI correctas de \mathcal{E}).

Sección 29.4 Fuerza electromotriz de movimiento

29.22 En la figura 29.32 una barra conductora de longitud $L = 30.0$ cm se traslada en un campo magnético \vec{B} con una magnitud de 0.450 T y dirigido hacia el plano de la figura. La barra se (traslada con rapidez $v = 5.00$ m/s en la dirección que se indica. a) ¿Cuál es la fem

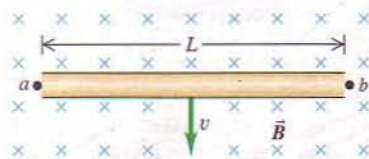


Figura 29.32 Ejercicio 29.22.

de movimiento que se induce en la barra? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la barra? c) ¿Cuál punto, a o b , está al potencial más alto? d) Cuando las cargas de la barra están en equilibrio, ¿cuáles son la magnitud y dirección del campo eléctrico en el interior de la barra? e) Cuando las cargas de la barra están en equilibrio, ¿cuál punto, a o b , tiene un exceso de carga positiva?

29.23 En la figura 29.14b una barra de longitud $L = 85.0$ cm se traslada en un campo magnético de magnitud $B = 0.850$ T. La fem inducida en la barra en movimiento es de 0.620 V. a) ¿Cuál es la rapidez de la barra? b) Si la resistencia total del circuito es de 0.750Ω , ¿cuál es la corriente inducida? c) ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el campo sobre la barra como consecuencia de esta corriente?

29.24 La barra conductora ab de la figura 29.33 está en contacto con los rieles metálicos ca y db . El aparato se localiza en un campo magnético uniforme de 0.800 T, perpendicular al plano de la figura. a) Encuentre la magnitud de la fem inducida en la barra cuando ésta se desplaza hacia la derecha con una rapidez de 7.50 m/s. b) ¿En qué sentido fluye la corriente en la barra? c) Si la resistencia del circuito $abcd$ es de 1.50Ω (se supone constante), proporcione la fuerza (magnitud y dirección) que se necesita para que la barra siga desplazándose hacia la derecha con una rapidez constante de 7.50 m/s. No tenga en cuenta la fricción. d) Compare la rapidez con que la fuerza (Fv) realiza trabajo con la rapidez con la que se desprende energía térmica en el circuito (I^2R).

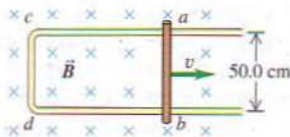


Figura 29.33 Ejercicio 29.24.

29.25 Una espira cuadrada de alambre con resistencia R se traslada con rapidez constante v a través de un campo magnético uniforme confinado en una región cuadrada cuyos lados son dos veces más largos que los de la espira cuadrada (Fig. 29.34). a) Grafique la fuerza externa F que se necesita para trasladar la espira con rapidez constante en función de la coordenada x de $x = -2L$ a $x = +2L$. (La coordenada x se mide del centro de la región de campo magnético al centro de la espira. Es negativa cuando el centro de la espira está a la izquierda del centro de la región de campo magnético. Considere que la fuerza positiva es hacia la derecha). b) Grafique la corriente inducida en la espira en función de x . Tome las corrientes en sentido contrario a las manecillas del reloj como positivas.

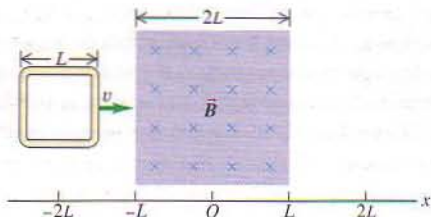


Figura 29.34 Ejercicio 29.25.

29.26 En la figura 29.14a una barra de 12.0 cm de largo se traslada con una rapidez constante de 4.50 m/s en la dirección que se in-

dica. La fem inducida es de 0.450 V. a) ¿Cuál es la magnitud del campo magnético? b) ¿Cuál punto está al potencial más alto: a o b ?

Sección 29.5 Campos eléctricos inducidos

29.27 Un solenoide largo y delgado tiene 900 espiras por metro y un radio de 2.50 cm. La corriente del solenoide aumenta a un ritmo uniforme de 60.0 A/s. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido en un punto cercano al centro del solenoide y: a) a 0.500 cm del eje del solenoide, b) a 1.00 cm del eje del solenoide?

29.28 El campo magnético en el interior de un solenoide recto y largo de sección transversal circular y radio R aumenta a un ritmo de dB/dt . a) ¿Cuál es la rapidez de cambio del flujo a través de un círculo de radio r_1 situado en el interior del solenoide, normal al eje de éste y con su centro en dicho eje? b) Proporcione la magnitud del campo eléctrico inducido adentro del solenoide, a una distancia r_1 de su eje. Muestre la dirección de este campo en un diagrama. c) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido afuera del solenoide, a una distancia r_2 del eje? d) Grafique la magnitud del campo eléctrico inducido en función de la distancia r respecto al eje de $r = 0$ a $r = 2R$. e) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en una espira circular de radio $R/2$ cuyo centro está en el eje del solenoide? f) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida si en el inciso (e) el radio es R ? g) ¿Cuál es la fem inducida si en el inciso (e) el radio es $2R$?

29.29 El campo magnético \vec{B} en todos los puntos situados dentro del círculo de color de la figura 29.27 tiene una magnitud inicial de 0.750 T. (El círculo podría representar de modo aproximado el espacio adentro de un solenoide largo y delgado). El campo magnético está dirigido hacia el plano del diagrama y disminuye a razón de -0.0350 T/s. a) ¿Qué forma tienen las líneas de campo del campo eléctrico inducido que se muestra en la figura 29.27 adentro del círculo de color? b) ¿Cuáles son la magnitud y dirección de este campo en cualquier punto sobre el anillo conductor circular de 0.100 m de radio? c) ¿Cuál es la corriente en el anillo si la resistencia de éste es de 4.00Ω ? d) ¿Cuál es la fem entre los puntos a y b del anillo? e) Si se corta el anillo en algún punto y se separan un poco los extremos, ¿cuál será la fem entre los extremos?

29.30 Un solenoide largo y delgado tiene 400 espiras por metro y un radio de 1.10 cm. La corriente del solenoide aumenta a un ritmo uniforme di/dt . El campo eléctrico inducido en un punto cercano al centro del solenoide y a 3.50 cm de su eje es de 8.00×10^{-6} V/m. Calcule di/dt .

29.31 Una carga de $+6.50 \mu\text{C}$ se traslada siguiendo una trayectoria circular cuyo centro coincide con el centro del solenoide del ejercicio 29.30. La trayectoria circular tiene un radio de 3.50 cm y yace en un plano perpendicular al eje del solenoide. a) Si la carga recorre la trayectoria circular en la dirección del campo eléctrico inducido, ¿cuánto trabajo se realiza sobre la carga durante un recorrido completo de la trayectoria? b) Explique de qué modo su respuesta al inciso (a) confirma que el campo eléctrico es no conservativo. c) ¿Cuánto trabajo se realiza sobre la carga durante un recorrido completo de la trayectoria si el radio de ésta es de 7.00 cm?

29.32 El devanado de un solenoide largo y recto con un área de sección transversal de 8.00 cm² tiene 90 espiras de alambre por centímetro, y conduce una corriente de 0.350 A. Un segundo devanado de 12 espiras circunda la parte central del solenoide. Se interrumpe la corriente en el solenoide de modo que el campo magnético del

solenoides se reduce a cero en 0.0400 s. ¿Cuál es la fem inducida promedio en el segundo devanado?

Sección 29.7 Corriente de desplazamiento y ecuaciones de Maxwell

29.33 Un dieléctrico cuya permitividad es de 3.5×10^{-11} F/m ocupa la totalidad del volumen entre las dos placas de un capacitor. Cuando $t > 0$ el flujo eléctrico a través del dieléctrico es de $(8.0 \times 10^3) V \cdot m/s^2 t^2$. El dieléctrico es ideal y no magnético; la corriente de conducción en el dieléctrico es cero. ¿En qué tiempo se hace igual a $21 \mu A$ la corriente de desplazamiento en el dieléctrico?

29.34 El flujo eléctrico a través de cierta área de un dieléctrico es $(8.76 \times 10^3) V \cdot m/s^4 t^4$. La corriente de desplazamiento a través de esa área es de 12.9 pA en el tiempo $t = 26.1$ ms. Calcule la constante dieléctrica del dieléctrico.

29.35 Se está cargando un capacitor de placas paralelas lleno de aire como en la figura 29.22. Las placas circulares tienen un radio de 4.00 cm, y en un instante determinado la corriente de conducción en los alambres es de 0.280 A. a) ¿Cuál es la densidad de corriente de desplazamiento j_D en el espacio de aire entre las placas? b) ¿Con qué rapidez cambia el campo eléctrico entre las placas? c) ¿Cuál es el campo magnético inducido entre las placas a una distancia de 2.00 cm del eje? d) ¿Y a 1.00 cm del eje?

29.36 Corriente de desplazamiento en un dieléctrico. Suponga que las placas paralelas de la figura 29.22 tienen un área de 3.00 cm^2 y están separadas por una lámina de dieléctrico de 2.50 mm de espesor que ocupa totalmente el volumen entre las placas. El dieléctrico tiene una constante dieléctrica de 4.70. (No tenga en cuenta los efectos de pestañeo). En cierto instante, la diferencia de potencial entre las placas es de 120 V y la corriente de conducción i_C es igual a 6.00 mA. En este instante, ¿cuál es: a) la carga q en cada placa; b) la rapidez de cambio de la carga en las placas, y c) la corriente de desplazamiento en el dieléctrico?

29.37 En la figura 29.22 las placas del capacitor tienen un área de 5.00 cm^2 y una separación de 2.00 mm. Las placas se hallan en un vacío. La corriente de carga i_C tiene un valor constante de 1.80 mA. En $t = 0$ la carga en las placas es cero. a) Calcule la carga en las placas, el campo eléctrico entre las placas y la diferencia de potencial entre ellas cuando $t = 0.500 \mu s$. b) Calcule dE/dt , la razón de cambio respecto al tiempo del campo eléctrico entre las placas. ¿Varia dE/dt con el tiempo? c) Calcule la densidad de corriente de desplazamiento j_D entre las placas y, a partir de este dato, la corriente de desplazamiento total i_D . ¿Cómo son comparativamente i_C e i_D ?

29.38 Corriente de desplazamiento en un alambre. Un alambre de cobre recto y largo con un área de sección transversal de 2.1 mm^2 conduce una corriente de 16 A. La resistividad del material es de $2.0 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$. a) ¿Cuál es el campo eléctrico uniforme en el material? b) Si la corriente cambia a razón de 4000 A/s, ¿con qué rapidez cambia el campo eléctrico en el material? c) ¿Cuál es la densidad de corriente de desplazamiento en el material en las condiciones del inciso (b)? (Sugerencia: Puesto que la K del cobre se aproxima mucho a 1, considere que $\epsilon = \epsilon_0$.) d) Si la corriente cambia como en el inciso (b), ¿cuál es la magnitud del campo magnético a 6.0 cm del centro del alambre? Advierta que en el cálculo de B se deben incluir tanto la corriente de conducción como la corriente de desplazamiento. ¿Es significativa la contribución de la corriente de desplazamiento?

*Sección 29.8 Superconductividad

***29.39** Un alambre largo y recto de un material superconductor de tipo I conduce una corriente constante I a lo largo de su extensión. Demuestre que la corriente no se puede distribuir uniformemente en toda la sección transversal del alambre, sino que debe estar toda en la superficie.

***29.40** Un superconductor de tipo II en un campo externo entre B_{c1} y B_{c2} posee regiones que contienen flujo magnético y presentan resistencia, y también tiene regiones superconductoras. ¿Cuál es la resistencia de un cilindro largo y delgado de este material?

***29.41** A temperaturas próximas al cero absoluto, B_c tiende a 0.142 T en el caso del vanadio, un superconductor de tipo I. La fase normal del vanadio tiene una susceptibilidad magnética cercana a cero. Considere un cilindro largo y delgado de vanadio con su eje paralelo a un campo magnético externo \vec{B}_0 en la dirección $+x$. En puntos alejados de los extremos del cilindro, por simetría, todos los vectores magnéticos son paralelos al eje de las x . A temperaturas próximas al cero absoluto, ¿cuáles son el campo magnético resultante \vec{B} y la magnetización \vec{M} adentro y afuera del cilindro (lejos de los extremos) cuando: a) $\vec{B}_0 = (0.130 \text{ T})\hat{i}$ b) $\vec{B}_0 = (0.260 \text{ T})\hat{i}$?

***29.42** El compuesto SiV_3 es un superconductor de tipo II. A temperaturas cercanas al cero absoluto los dos campos críticos son $B_{c1} = 55.0 \text{ mT}$ y $B_{c2} = 15.0 \text{ T}$. La fase normal del SiV_3 tiene una susceptibilidad magnética cercana a cero. El eje de un cilindro largo y delgado de SiV_3 es paralelo a un campo magnético externo \vec{B}_0 en la dirección $+x$. En puntos alejados de los extremos del cilindro, por simetría, todos los vectores magnéticos son paralelos al eje de las x . A una temperatura próxima al cero absoluto se incrementa poco a poco el campo magnético externo a partir de cero. ¿Cuáles son el campo magnético resultante \vec{B} y la magnetización \vec{M} en el interior del cilindro en puntos alejados de sus extremos: a) inmediatamente antes que el flujo magnético comience a penetrar el material, b) inmediatamente después que el material se ha tornado normal por completo?

Problemas

29.43 Campo magnético cambiante. Se está probando un nuevo sistema de adquisición de datos. Este sistema permite registrar una gráfica de la corriente de un circuito en función del tiempo. Como parte del ensayo, se utiliza un circuito compuesto de una bobina de alambre de cobre de 4.00 cm de radio y 500 espiras conectada en serie a un resistor de 600Ω . La resistividad del cobre es de $1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$, y el alambre de la bobina tiene un diámetro de 0.0300 mm. Se coloca la bobina sobre una mesa inclinada 30.0° respecto a la horizontal y que se halla entre los polos de un electroimán. El electroimán genera un campo magnético vertical hacia arriba que es cero cuando $t < 0$, igual a $(0.120 \text{ T})(1 - \cos \pi t)$ cuando $0 \leq t \leq 1.00 \text{ s}$, e igual a 0.240 T cuando $t > 1.00 \text{ s}$. a) Dibuje la gráfica que el sistema de adquisición de datos debe crear. (Se trata de un sistema completo, por lo que la gráfica incluye rótulos y valores numéricos en los ejes). b) Si se mira la bobina en dirección vertical hacia abajo, ¿fluye la corriente en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario?

29.44 En el circuito de la figura 29.35, el capacitor tiene una capacitancia $C = 20 \mu F$ y ha sido cargado inicialmente a 100 V con la polaridad que se indica. La resistencia del resistor R_0 es de 10Ω . Se cierra el interruptor en el tiempo $t = 0$. El circuito pequeño no está conecta-

do por ningún medio con el circuito grande. El alambre del circuito pequeño tiene una resistencia de $1.0 \Omega/\text{m}$ y contiene 25 espiras. El circuito grande es un rectángulo de 2.0 m por 4.0 m , en tanto que las dimensiones del pequeño son $a = 10.0 \text{ cm}$ y $b = 20.0 \text{ cm}$. La distancia c es de 5.0 cm . (La figura no ha sido dibujada a escala.) Ambos circuitos están inmóviles. Suponga que sólo el alambre más próximo al circuito pequeño crea un campo magnético apreciable a través de él. a) Halle la corriente en el circuito grande $200 \mu\text{s}$ después de cerrar S. b) Halle la corriente en el circuito pequeño $200 \mu\text{s}$ después de cerrar S. (Sugerencia: Véase el problema 29.54.) c) Halle el sentido de la corriente en el circuito pequeño. d) Justifique por qué se puede pasar por alto el campo magnético creado por todos los alambres del circuito grande salvo el alambre más próximo al circuito pequeño.

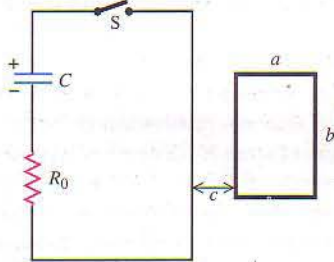


Figura 29.35 Problema 29.44.

29.45 Una bobina circular de alambre tiene un radio de 0.500 m , 20 espiras y una resistencia total de 1.57Ω . La bobina yace en el plano xy , y se halla en un campo magnético uniforme \vec{B} que tiene la dirección $-z$, alejándose del observador cuando éste mira la bobina. La magnitud B del campo depende del tiempo como sigue: aumenta a un ritmo constante de 0 en $t = 0$ a 0.800 T en $t = 0.500 \text{ s}$; tiene un valor constante de 0.800 T de $t = 0.500 \text{ s}$ a $t = 1.00 \text{ s}$; disminuye a un ritmo constante de 0.800 T en $t = 1.00 \text{ s}$ a 0 en $t = 2.00 \text{ s}$. a) Grafique B en función de t en el intervalo de t de 0 a t de 2.00 s . b) Grafique la corriente I inducida en la bobina en función de t en el intervalo de t de 0 a 2.00 s . Sean positivas las corrientes en el sentido de las manecillas del reloj y negativas las corrientes en sentido contrario. c) ¿Cuál es la magnitud máxima del campo eléctrico inducido en la bobina durante el intervalo de tiempo de 0 a 2.00 s ?

29.46 La espira rectangular del ejemplo 29.4 (sección 29.2) está conectada a un circuito externo y forma un camino completo de corriente de resistencia R . a) Demuestre que la corriente inducida es $i = (\omega BA/R) \text{ sen } \omega t$. b) Calcule la rapidez con la que se disipa energía eléctrica debido a la resistencia de camino de corriente. c) Demuestre que la magnitud del momento dipolar magnético de la espira es $\mu = (\omega BA^2/R) \text{ sen } \omega t$. d) Demuestre que el momento de torsión externo que se requiere para mantener una ω constante es $\tau = (\omega B^2 A^2/R) \text{ sen}^2 \omega t$. e) Calcule la rapidez a la que el momento de torsión externo realiza trabajo. ¿Cómo son comparativamente las respuestas a los incisos (b) y (e)? Explique su respuesta.

29.47 A través de una espira circular de alambre de radio a y resistencia R pasa inicialmente un flujo magnético debido a un campo magnético. Después, el campo externo disminuye a cero. Se induce una corriente en la espira mientras el campo externo cambia; sin embargo, esta corriente no se detiene en el instante en que el campo externo deja de cambiar. La razón es que la corriente misma genera un

campo magnético, el cual da origen a un flujo a través de la espira. Si la corriente cambia, también varía el flujo a través de la espira, y aparece en ésta una fem inducida que se opone al cambio. a) El campo magnético en el centro de la espira de radio a originado por una corriente i en la espira está dado por $B = \mu_0 i/2a$. Si se utiliza la aproximación burda de que el campo tiene este mismo valor en todos los puntos adentro de la espira, ¿cuál es el flujo de este campo a través de la espira? b) A partir de la ley de Faraday, la ecuación (29.3) y la relación $\mathcal{E} = iR$, demuestre que, cuando el campo externo ha dejado de cambiar, la corriente en el lazo obedece la ecuación diferencial

$$\frac{di}{dt} = - \left(\frac{2R}{\pi \mu_0 a} \right) i$$

c) Si el valor de la corriente es i_0 en $t = 0$, el instante en que el campo externo deja de cambiar, resuelva la ecuación del inciso (b) para hallar i en función del tiempo cuando $t > 0$. (Sugerencia: En la sección 26.4 encontramos una ecuación diferencial similar, la ecuación (26.15), de la cantidad q . Esta ecuación de i se puede resolver del mismo modo.) d) Si la espira tiene un radio $a = 50 \text{ cm}$ y una resistencia $R = 0.10 \Omega$, ¿cuánto tiempo después que el campo externo ha dejado de cambiar será la corriente igual a $0.010i_0$ (esto es, un centésimo de su valor inicial)? e) Al resolver los ejemplos de este capítulo, pasamos por alto los efectos que se describen en este problema. Explique por qué es ésta una buena aproximación.

29.48 La espira circular de alambre que se muestra en la figura 29.27 está en un campo magnético uniforme en el espacio dirigido hacia la parte interna de la página. Se mide la fem inducida en la espira en el intervalo $0 < t < 5.00 \text{ s}$ y se encuentra que es en sentido contrario a las manecillas del reloj y su magnitud es $\mathcal{E} = (2.00 \times 10^{-3} \text{ V}) - (4.00 \times 10^{-4} \text{ V/s})t$. a) Si la magnitud del campo magnético en $t = 0$ es de 0.800 T , ¿cuál es su magnitud en $t = 2.00 \text{ s}$? b) Repita el inciso (a) suponiendo que la fem tiene la misma magnitud pero es en el sentido de las manecillas del reloj. c) En los incisos (a) y (b), ¿es el flujo a través de la espira mayor o menor en $t = 2.00 \text{ s}$ que en $t = 0$? ¿Concuerdan sus resultados con la ley de Lenz?

29.49 En la figura 29.36, se jala la espira hacia la derecha con rapidez constante v . Una corriente constante I fluye en el alambre largo, en el sentido que se indica. a) Calcule la magnitud de la fem neta \mathcal{E} inducida en la espira. Hágalo de dos maneras: (i) con base en la ley de Faraday de la inducción (Sugerencia: Véase el problema 29.54). (ii) examinando la fem inducida en cada segmento de la espira debido al movimiento de ésta. b) Halle el sentido (según al contrario a las manecillas del reloj) de la corriente inducida en la espira. Hágalo de dos maneras: (i) con base en la ley de Lenz; (ii) a partir de la fuerza magnética sobre las cargas de la espira. c) Compruebe su respuesta respecto a la fem del inciso (a) en los casos especiales si-

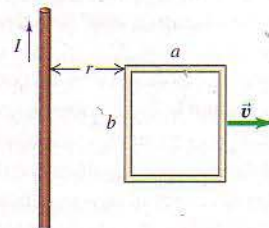


Figura 29.36 Problema 29.49.

güentes para verificar que sea físicamente razonable: (i) la espira está fija; (ii) la espira es muy delgada, por lo que $a \rightarrow 0$; (iii) la espira se aleja mucho del alambre.

29.50 Suponga que se hace girar la espira de la figura 29.37 a) en torno al eje de las y ; b) en torno al eje de las x ; c) en torno a un borde paralelo al eje de las z . ¿Cuál es la fem inducida máxima en cada caso si $A = 600 \text{ cm}^2$, $\omega = 35.0 \text{ rad/s}$ y $B = 0.450 \text{ T}$?

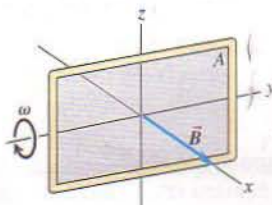


Figura 29.37 Problema 29.50.

29.51 En su calidad de ingeniero electricista recién contratado por la compañía local de energía eléctrica, se le asigna el proyecto de diseñar un generador de voltaje de ca sinusoidal con un voltaje máximo de 120 V. Además de alambre en abundancia, usted dispone de dos fuertes imanes capaces de crear un campo magnético uniforme y constante de 1.5 T en un área cuadrada de 10.0 cm por lado cuando están separados por una distancia de 12.0 cm. El diseño básico debe consistir en una bobina cuadrada que gira en el campo magnético uniforme. Para que su resistencia sea aceptable, la bobina debe tener como máximo 400 espiras. ¿Cuál es la rapidez de rotación mínima (en rpm) de la bobina para generar el voltaje que se requiere?

29.52 ¿Construir un generador? Usted ha naufragado en una isla tropical desierta, y dispone de ciertos aparatos eléctricos que podrían funcionar con un generador, pero no cuenta con imanes. El campo magnético terrestre donde usted se encuentra es horizontal e igual a $8.0 \times 10^{-5} \text{ T}$, por lo que decide tratar de utilizar este campo para construir un generador haciendo girar con gran rapidez una gran bobina circular de alambre. Usted necesita generar una fem de 9.0 V, y estima que puede hacer girar la espira a 30 rpm dando vuelta a una manivela. Asimismo, decide que para tener una resistencia de bobina aceptable, el número máximo de espiras que la bobina puede tener es de 2000. a) ¿Cuál debe ser el área de la bobina? b) Si la bobina es circular, ¿cuál es la rapidez máxima de traslación de un punto de la bobina cuando ésta gira? ¿Considera usted que es factible construir este dispositivo? Explique su respuesta.

29.53 Una espira circular flexible de 6.50 cm de diámetro se localiza en un campo magnético cuya magnitud es de 0.950 T y está orientado hacia el plano de la página como se muestra en la figura 29.38. Se jala la espira en los puntos indicados por las flechas para formar una espira de área cero en 0.250 s. a) Determine la fem inducida promedio en el circuito. b) ¿Cuál es el sentido de la corriente en R : de a a b o de b a a ? Explique su razonamiento.

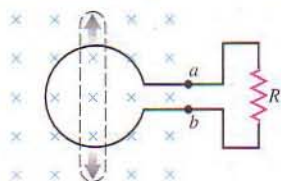


Figura 29.38 Problema 29.53.

29.54 La corriente en el alambre largo y recto AB de la figura 29.39 fluye hacia arriba y aumenta constantemente a razón de di/dt . a) En un instante en que la corriente es i , ¿cuáles son la magnitud y dirección del campo \vec{B} a una distancia r a la derecha del alambre? b) ¿Cuál es el flujo $d\Phi_B$ a través de la banda estrecha sombreada? c) ¿Cuál es el flujo total a través de la espira? d) ¿Cuál es la fem inducida en la espira? e) Calcule el valor numérico de la fem inducida si $a = 12.0 \text{ cm}$, $b = 36.0 \text{ cm}$, $L = 24.0 \text{ cm}$ y $di/dt = 9.60 \text{ A/s}$.

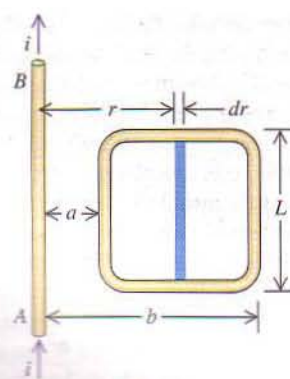


Figura 29.39 Problema 29.54.

29.55 Rapidez terminal. Una barra conductora de longitud L , masa m y resistencia R se traslada sin fricción sobre rieles metálicos como se muestra en la figura 29.10. Hay un campo magnético uniforme \vec{B} dirigido hacia el plano de la figura. La barra está inicialmente en reposo, y sobre ella actúa una fuerza constante \vec{F} dirigida hacia la derecha. Los rieles son infinitamente largos y su resistencia es insignificante. a) Grafique la rapidez de la barra en función del tiempo. b) Proporcione la expresión de la rapidez terminal (la rapidez cuando la aceleración de la barra es cero).

29.56 Rapidez terminal. Una barra de longitud $L = 0.8 \text{ m}$ se desliza libremente y sin fricción sobre rieles horizontales, como se muestra en la figura 29.40. Existe un campo magnético uniforme $B = 1.5 \text{ T}$ dirigido hacia el plano de la figura. En un extremo de los rieles hay una batería con una fem $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ y un interruptor. La masa de la barra es de 0.90 kg y su resistencia es de 5.0Ω , y se puede pasar por alto toda resistencia adicional del circuito. Se cierra el interruptor en el tiempo $t = 0$. a) Dibuje una gráfica de la rapidez de la barra en función del tiempo. b) ¿Cuál es la rapidez de la barra inmediatamente después de cerrar el interruptor? c) ¿Cuál es la aceleración de la barra cuando su rapidez es de 2.0 m/s? d) ¿Cuál es la rapidez terminal de la barra?

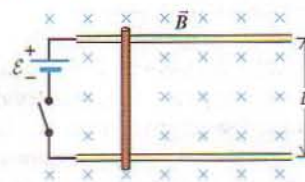


Figura 29.40 Problema 29.56.

29.57 FEM de antena. Un satélite que gira en órbita alrededor de la Tierra en el ecuador, a una altitud de 400 km, tiene una antena que se puede representar como una varilla de 2.0 m de largo. La antena tiene una orientación perpendicular a la superficie terrestre. En el ecuador, el campo magnético de la Tierra es prácticamente horizontal y tiene un valor de $8.0 \times 10^{-5} \text{ T}$; no tenga en cuenta los cambios de B con la altitud. Suponiendo que la órbita es circular, halle la fem entre las puntas de la antena.

29.58 FEM en una bala. En el ecuador, el campo magnético de la Tierra es aproximadamente horizontal, está dirigido hacia el norte y

tiene un valor de 8.0×10^{-5} T. a) Estime la fem inducida entre la parte superior y la inferior de una bala disparada horizontalmente hacia un blanco en el ecuador cuando se dispara la bala hacia el este. Suponga que la bala tiene una longitud de 1 cm y un diámetro de 0.4 cm, y viaja a 300 m/s. ¿Qué parte de la bala, la superior o la inferior, está a un potencial más alto? b) ¿Cuál es la fem si la bala viaja hacia el sur? c) ¿Cuál es la fem inducida entre la parte anterior y la parte posterior de la bala con cualquier velocidad horizontal?

29.59 Un alambre cilíndrico muy largo de radio R conduce una corriente I_0 distribuida uniformemente en toda la sección transversal del alambre. Calcule el flujo magnético a través de un rectángulo con un lado de longitud W que se extiende a lo largo del centro del alambre y otro lado de longitud R , como se muestra en la figura 29.41 (véase el problema 29.54).

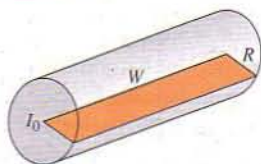


Figura 29.41 Problema 29.59.

29.60 Un anillo conductor circular de radio $r_0 = 0.0420$ m yace en el plano xy en una región de campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0[1 - 3(t/t_0)^2 + 2(t/t_0)^3]\hat{k}$. En esta expresión, $t_0 = 0.0100$ s y es constante, t es el tiempo, \hat{k} es el vector unitario en la dirección $+z$, y $B_0 = 0.0800$ T y es constante.

En los puntos a y b (Fig. 29.42) hay una pequeña abertura en el anillo con alambres que conducen a un circuito externo cuya resistencia es $R = 12.0 \Omega$. No hay campo magnético donde se halla el circuito externo. a) Deduzca una expresión, en función del tiempo, del flujo magnético total Φ_B a través del anillo. b) Determine la fem inducida en el anillo en el tiempo $t = 5.00 \times 10^{-3}$ s. ¿Cuál es la polaridad de la fem? c) Debido a la resistencia interna del anillo, la corriente a través de R en el tiempo proporcionado en el inciso (b) es de sólo 3.00 mA. Determine la resistencia interna del anillo. d) Encuentre la fem inducida en el anillo en el tiempo $t = 1.21 \times 10^{-2}$ s. ¿Cuál es la polaridad de la fem? e) Determine el instante en el que se invierte el sentido de la corriente que fluye a través de R .

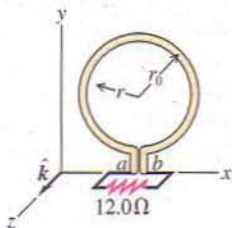


Figura 29.42 Problema 29.60.

29.61 El alambre recto y largo de la figura 29.43a conduce una corriente constante I . Una barra metálica de longitud L se desplaza a velocidad constante \vec{v} , como se muestra en la figura. El punto a está a una distancia d del alambre. a) Calcule la fem inducida en la barra. b) ¿Cuál punto, a o b , está a un potencial más alto? c) Si se sustituye la barra por una espira rectangular de alambre de resistencia R (Fig. 29.43b), ¿cuál es la magnitud de la corriente inducida en la espira?

29.62 El cubo de la figura 29.44, de 50.0 cm por lado, está en un campo magnético uniforme de 0.120 T dirigido a lo largo del eje de las y y positivo. Los alambres A , C y D se trasladan en las direcciones que se indican, cada uno con una rapidez de 0.350 m/s. (El alambre A se traslada paralelo al plano xy , el alambre C , en un ángulo de 45°

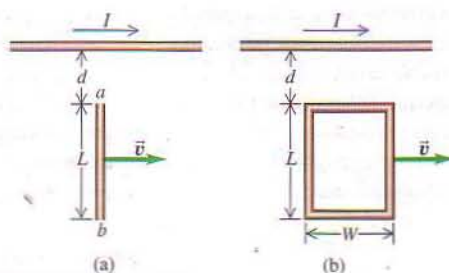


Figura 29.43 Problema 29.61.

por debajo del plano xy , y el alambre D , paralelo al plano xz). ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de cada alambre?

29.63 Una varilla delgada, de 0.240 m de largo, gira con una rapidez angular de 8.80 rad/s en torno a un eje que pasa por uno de los extremos de la varilla y es perpendicular a ella. El plano de rotación de la varilla es perpendicular a un campo magnético uniforme con una magnitud de 0.650 T. a) ¿Cuál es la fem inducida en la varilla? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre sus extremos? c) Suponga que ahora la varilla gira a 8.80 rad/s en torno a un eje que pasa por su centro y es perpendicular a ella. En este caso, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla? ¿Y entre el centro de la varilla y un extremo?

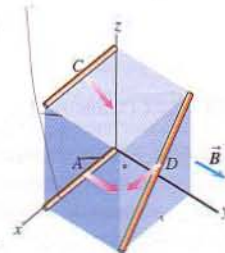


Figura 29.44 Problema 29.62.

29.64 Máquina magnética para hacer ejercicio. Usted ha proyectado un nuevo tipo de máquina para hacer ejercicio con un mecanismo sumamente simple (véase la figura 29.31). Una barra vertical de plata (elegida por su escasa resistividad y porque mejora la apariencia de la máquina) de longitud $L = 3.0$ m se traslada libremente a derecha e izquierda sin fricción sobre rieles de plata. El aparato completo se coloca en un campo magnético horizontal uniforme de 0.25 T de intensidad. Cuando se empuja la barra hacia la izquierda o la derecha, su movimiento establece una corriente en el circuito que incluye la barra. Se puede pasar por alto la resistencia de la barra y los rieles. El campo magnético ejerce una fuerza sobre la barra portadora de corriente, la cual se opone al movimiento de la barra. La ventaja para la salud se obtiene del ejercicio que se realiza al trabajar contra esta fuerza. a) El objetivo de su diseño es que la persona que efectúa el ejercicio realice trabajo a razón de 25 watts moviendo la barra a 2.0 m/s constantes. ¿Cuál debe ser la resistencia R ? b) Usted decide que desea incluir la posibilidad de modificar la potencia que se demanda de la persona, a fin de adaptar la máquina a la fortaleza y aptitud física de la persona. Si se pretende aumentar la potencia a 50 W alterando R sin modificar los otros parámetros de diseño, ¿se debe aumentar o disminuir R ? Calcule el valor de R correspondiente a 50 W. c) Cuando comienza a construir un prototipo de la máquina, encuentra dificultad para crear un campo magnético de 0.25 T en un área tan grande. Si reduce la longitud de la barra a 0.20 m conservando B , v y R como en el inciso (a), ¿cuál será la potencia que se demande de la persona?

29.65 En la figura 29.45 se muestra una espira rectangular de anchura L y un conductor corredizo de masa m . Hay un campo magnético uniforme \vec{B} perpendicular al plano de la espira y dirigido hacia el plano de la figura. Al conductor corredizo se le imparte una rapidez inicial v_0 y luego se deja libre. No hay fricción entre el conductor corredizo y la espira, y la resistencia de esta última es insignificante en comparación con la resistencia R del conductor corredizo. a) Obtenga una expresión de F , la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre el alambre cuando éste se desplaza con rapidez v . b) Demuestre que la distancia x que el alambre recorre antes de quedar en reposo es $x = mv_0R/a^2B^2$.

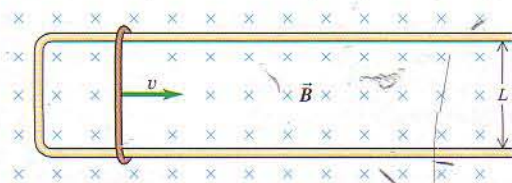


Figura 29.45 Problema 29.65.

29.66 Una barra metálica de 25.0 cm de largo yace en el plano xy y forma un ángulo de 36.9° con el eje de las x positivo y un ángulo de 53.1° con el eje de las y positivo. La barra se desplaza en la dirección $+x$ con una rapidez de 4.20 m/s. La barra se halla en un campo magnético uniforme $\vec{B} = (0.120 \text{ T})\hat{i} - (0.220 \text{ T})\hat{j} - (0.0900 \text{ T})\hat{k}$. a) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en la barra? b) Indique en un dibujo cuál extremo de la barra está a un potencial más alto.

29.67 El campo magnético \vec{B} en todos los puntos situados dentro de una región circular de radio R es uniforme en el espacio y está dirigido hacia el plano de la página como se muestra en la figura 29.46. (La región podría ser una sección transversal del interior de los devanados de un solenoide recto y largo). Si el campo magnético aumenta a razón de dB/dt , ¿cuáles son la magnitud y dirección de la fuerza que actúa sobre una carga puntual positiva inmóvil q situada en los puntos a , b y c ? (El punto a está a una distancia r arriba del centro de la región, el punto b , a una distancia r a la derecha del centro, y el punto c , en el centro de la región).

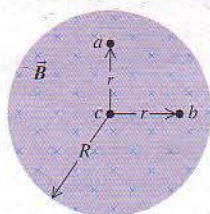


Figura 29.46 Problema 29.67.

29.68 Es imposible tener un campo eléctrico uniforme que abruptamente decaiga a cero en una región del espacio donde el campo magnético es constante y no hay cargas eléctricas. Para probar este enunciado, utilice el método de contradicción: suponga que un caso de esta índole es posible, y luego demuestre que la suposición contradice una ley de la naturaleza. a) En la mitad inferior de una hoja de papel, dibuje líneas horizontales espaciadas de modo regular que representen un campo eléctrico uniforme a su derecha. Dibuje con líneas punteadas un rectángulo $abcd$ con el lado horizontal ab en la región del campo eléctrico y el lado horizontal cd en la mitad superior del papel, donde $E = 0$. b) Demuestre que la integración alrededor del rectángulo contradice la ley de Faraday [ecuación (29.21)].

29.69 **Caida de una espira cuadrada.** Una espira cuadrada de alambre de cobre, orientada en dirección vertical, cae de una región

donde el campo \vec{B} es horizontal, uniforme y perpendicular al plano de la espira, hacia una región donde el campo es cero. La espira se encuentra inicialmente en reposo y se halla en su totalidad dentro de la región de campo magnético. Sea la longitud lateral de la espira l y el diámetro del alambre d . La resistividad del cobre es ρ_R , y su densidad, ρ_m . Si la espira alcanza su rapidez terminal mientras su segmento superior está todavía en la región de campo magnético, encuentre una expresión de la rapidez terminal.

29.70 En una región del espacio donde no hay corrientes de conducción ni de desplazamiento, es imposible tener un campo magnético uniforme que decaiga abruptamente a cero. Para probar este enunciado, utilice el método de contradicción: suponga que un caso de esta índole es posible, y luego demuestre que la suposición contradice una ley de la naturaleza. a) En la mitad inferior de una hoja de papel, dibuje líneas horizontales espaciadas de modo regular que representen un campo magnético uniforme a su derecha. Dibuje con líneas punteadas un rectángulo $abcd$ con el lado horizontal ab en la región de campo magnético y el lado horizontal cd en la mitad superior del papel, donde $B = 0$. b) Demuestre que la integración alrededor del rectángulo contradice la ley de Amperre [ecuación (29.15)].

29.71 Un capacitor tiene dos placas paralelas de área A separadas por una distancia d . El espacio entre las placas está ocupado por un material de constante dieléctrica K . El material no es un aislador perfecto, y tiene una resistividad ρ . El capacitor está cargado inicialmente con una carga de magnitud Q_0 en cada placa, que se descarga gradualmente por conducción a través del dieléctrico. a) Calcule la densidad de corriente de conducción $j_c(t)$ en el dieléctrico. b) Demuestre que en cualquier instante la densidad de corriente de desplazamiento en el dieléctrico tiene la misma magnitud que la densidad de corriente de conducción, pero su sentido es opuesto, de modo que la densidad de corriente total es cero en todo momento.

29.72 Una barra de silicio puro (resistividad $\rho = 2300 \Omega \cdot \text{m}$) conduce una corriente. El campo eléctrico varía sinusoidalmente con el tiempo según $E = E_0 \sin \omega t$, donde $E_0 = 0.450 \text{ V/m}$, $\omega = 2\pi f$ y la frecuencia $f = 120 \text{ Hz}$. a) Proporcione la magnitud de la máxima densidad de corriente de conducción en el alambre. b) Suponiendo que $\epsilon = \epsilon_0$, encuentre la máxima densidad de corriente de desplazamiento en el alambre, y compárela con el resultado del inciso (a). c) ¿A qué frecuencia f se igualarían las densidades máximas de conducción y desplazamiento si $\epsilon = \epsilon_0$ (que no es el caso en la realidad)? d) A la frecuencia determinada en el inciso (c), ¿cuál es la fase relativa de las corrientes de conducción y desplazamiento?

Problemas de desafío

29.73 Una espira conductora cuadrada de alambre, de lados L , masa total m y resistencia total R yace inicialmente en el plano xy horizontal, con vértices en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, $(0, L, 0)$, $(L, 0, 0)$ y $(L, L, 0)$. Hay un campo magnético uniforme hacia arriba $\vec{B} = B\hat{k}$ en el espacio del interior y alrededor de la espira. El lado de la espira que se extiende de $(0, 0, 0)$ a $(L, 0, 0)$ se mantiene en su lugar sobre el eje de las x ; el resto de la espira tiene libertad para girar en torno a este eje. Cuando se suelta la espira, comienza a girar debido al momento de torsión gravitatorio. a) Determine el momento de torsión neto (magnitud y dirección) que actúa sobre la espira cuando éste

ha barrido un ángulo ϕ a partir de su orientación original, y está girando hacia abajo con una rapidez angular ω . b) Encuentre la aceleración angular de la espira en el instante descrito en el inciso (a). c) En comparación con el caso en que el campo magnético es cero, ¿le toma a la espira más tiempo o menos tiempo describir un giro de 90° ? Explique su respuesta. d) ¿Se conserva la energía mecánica cuando la espira gira hacia abajo? Explique su respuesta.

29.74 Una espira conductora cuadrada, de 20.0 cm por lado, se coloca en el mismo campo magnético que se muestra en el ejercicio 29.29. (Véase la figura 29.47; el centro de la espira cuadrada coincide con el centro de la región de campo magnético).

a) Copie la figura 29.47 y dibuje vectores para mostrar la dirección y magnitud relativa del campo eléctrico inducido \vec{E} en los puntos a , b y c . b) Pruebe que la componente de \vec{E} a lo largo de la espira tiene el mismo valor en todos los puntos de éste y es igual a la del anillo de la figura 29.27 (ejercicio 29.29). c) ¿Qué corriente se induce en la espira si su resistencia es de 1.90Ω ? d) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos a y b ?

29.75 Una espira conductora cuadrada y uniforme, de 20.0 cm por lado, se coloca en el mismo campo magnético que se muestra en el ejercicio 29.29, con el lado ac a lo largo de un diámetro y el punto b en el centro del campo (véase la figura 29.48).

a) Copie la figura 29.48 y dibuje vectores para mostrar la dirección y magnitud relativa del campo eléctrico inducido \vec{E} en los puntos marcados con letras. b) ¿Cuál es la fem inducida en el lado ac ? c) ¿Cuál es la fem inducida en la espira? d) ¿Cuál es la corriente en la espira si su resistencia es de 1.90Ω ? e) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos a y c ? ¿Cuál de los dos está a un potencial más alto?

29.76 Se coloca una barra metálica de longitud L , masa m y resistencia R sobre rieles metálicos sin fricción inclinados a un ángulo ϕ

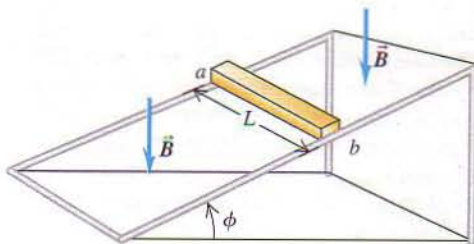


Figura 29.49 Problema de desafío 29.76.

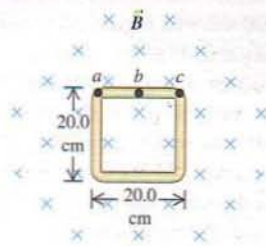


Figura 29.47 Problema de desafío 29.74.

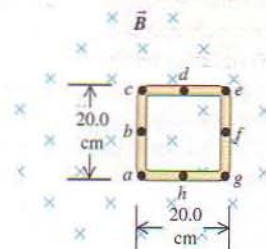


Figura 29.48 Problema de desafío 29.75.

arriba de la horizontal. La resistencia de los rieles es insignificante. Hay un campo magnético uniforme de magnitud B dirigido hacia abajo, como se muestra en la figura 29.49. Se deja que la barra, inicialmente en reposo, se deslice libremente sobre los rieles. a) ¿Es el sentido de la corriente inducida en la barra de a a b o de b a a ? b) ¿Cuál es la rapidez terminal de la barra? c) ¿Cuál es la corriente inducida en la barra cuando se ha alcanzado la rapidez terminal? d) Una vez alcanzada la rapidez terminal, ¿con qué rapidez se está convirtiendo energía eléctrica en energía térmica en la resistencia de la barra? e) Una vez alcanzada la rapidez terminal, ¿con qué rapidez está realizando trabajo la gravedad sobre la barra? Compare su respuesta con la del inciso (d).

29.77 Considere un disco metálico uniforme que gira a través de un campo magnético perpendicular \vec{B} , como se muestra en la figura 29.18a. El disco, de masa m , radio R y espesor e , es de un material de resistividad ρ y gira en el sentido de las manecillas del reloj en la figura 29.18a con rapidez angular ω . La dirección del campo magnético es hacia el plano del disco. Suponga que la región en la que el campo magnético está confinado no es circular, como en la figura 29.18a, sino que es un cuadrado pequeño con lados de longitud L ($L \ll R$) con su centro a una distancia d del punto O (el centro del disco). Los lados de este cuadrado son horizontales y verticales en la figura 29.18a. a) Demuestre que la corriente inducida en el interior del cuadrado es aproximadamente igual a $I = \omega d B L^2 / \rho$. ¿En qué sentido fluye esta corriente? (Sugerencia: Suponga que la resistencia a la corriente está confinada en la región cuadrada. La corriente también encuentra resistencia cuando fluye afuera de la región en la que está confinado el campo magnético, como se muestra en la figura 29.18b; sin embargo, esta resistencia es relativamente pequeña, pues la corriente puede fluir a través de un área muy grande. Recuerde la ecuación (25.10) de la resistencia, dada en la sección 25.3). b) Demuestre que la corriente inducida da origen a un momento de torsión cuya magnitud aproximada es $\tau = \omega d^2 B^2 L^2 t / \rho$ y se opone a la rotación del disco (es decir, se ejerce en sentido contrario a las manecillas del reloj). c) ¿Cuáles serían las magnitudes y direcciones de la corriente inducida y del momento de torsión si la dirección de \vec{B} siguiera siendo hacia el plano del disco pero el disco girase en sentido contrario a las manecillas del reloj? ¿Y si la dirección de \vec{B} fuese del plano hacia el observador y el disco girase en sentido contrario a las manecillas del reloj?